الجمهوريـة العربية السوريـة

وزارة التعليم العالي

جامعة البعث

كلية العلوم – قسم الرياضيات

مقارنة خوارزميات المسار الأقصر في الشبكات الكبيرة

Comparison of Shortest Path Algorithms in Large Network

رسالة أعدت لنيل درجة الماجستير في المعلوماتية

إعداد الطالب

محمد شعلان مروان معمو

إشراف الدكتور أحمد هلال الكردي

أستاذ مساعد في قسم الرياضيات

للعام الدراسي 2009 – 2010

All Rights Reserved - Library of University of Jordan - Center of Thesis Deposit

فهـرس الـمحتــويـــات

ملخص الرسالة بالعربية.... 1

ملخص الراسلة بالانكليزية 3

الفصل الأول : مفاهيم أساسية في نظرية البيان 5

1- مقدمة 6

2- مفاهيم أساسية في نظرية البيان 7

3- تمثيل البيانات (graphs representation) 12

4- بعض المبرهنات الأساسية حول المسار الأقصر 13

5- خوارزميات إيجاد المسار الأقصر في بيان موزون 14

الفصل الثاني : خوارزمية ديكسترا وتعديلاتها 16

1- مقدمة 17

2- خوارزمية ديكسترا (Dijkstra's Algorithm)......... 18

3- تحليل خوارزمية ديكسترا 21

4- تعديلات خوارزمية ديكسترا التقليدية 21

الفصل الثالث : خوارزمية بيلمان – فورد وتعديلاتها 23

1- مقدمة 24

2- خوارزمية بيلمان – فورد 24

3- تحليل خوارزمية بيلمان – فورد 31

4- تعديلات خوارزمية بيلمان – فورد 32

All Rights Reserved - Library of University of Jordan - Center of Thesis Deposit

الفصل الرابع : خوارزمية فلويد – وارشال وتعديلاتها 33

1- مقدمة 34
2- خوارزمية فلويد – وارشال 34
3- تحليل خوارزمية فلويد – وارشال 38
4- تعديلات خوارزمية فلويد – وارشال 38

الفصل الخامس : نتائج المحاكاة الحاسوبية 39

1- مقدمة 40
2- نتائج محاكاة عددية 40

الفصل السادس : التوصيات والمقترحات 85

المراجع 89

All Rights Reserved - Library of University of Jordan - Center of Thesis Deposit

الجمهوريـة العربية السوريـة

وزارة التعليم العالي

جامعة البعث

كلية العلوم – قسم الرياضيات

مقارنة خوارزميات المسار الأقصر في الشبكات الكبيرة

Comparison of Shortest Path Algorithms in Large Network

رسالة أعدت لنيل درجة الماجستير في المعلوماتية

إعداد الطالب

محمد شعلان مروان معمو

إشراف الدكتور أحمد هلال الكردي

أستاذ مساعد في قسم الرياضيات

للعام الدراسي 2009 – 2010

All Rights Reserved - Library of University of Jordan - Center of Thesis Deposit

فهـرس المحتـــويـــات

ملخص الرسالة بالعربية.... 1

ملخص الراسلة بالانكليزية 3

الفصل الأول : مفاهيم أساسية في نظرية البيان 5

1- مقدمة 6
2- مفاهيم أساسية في نظرية البيان 7
3- تمثيل البيانات (graphs representation) 12
4- بعض المبرهنات الأساسية حول المسار الأقصر 13
5- خوارزميات إيجاد المسار الأقصر في بيان موزون 14

الفصل الثاني : خوارزمية ديكسترا وتعديلاتها 16

1- مقدمة 17
2- خوارزمية ديكسترا (Dijkstra's Algorithm)......... 18
3- تحليل خوارزمية ديكسترا 21
4- تعديلات خوارزمية ديكسترا التقليدية 21

الفصل الثالث : خوارزمية بيلمان – فورد وتعديلاتها 23

1- مقدمة 24
2- خوارزمية بيلمان – فورد 24
3- تحليل خوارزمية بيلمان – فورد 31
4- تعديلات خوارزمية بيلمان – فورد 32

All Rights Reserved - Library of University of Jordan - Center of Thesis Deposit

الفصل الرابع : خوارزمية فلويد – وارشال وتعديلاتها 33

1-مقدمة 34
2-خوارزمية فلويد – وارشال 34
3-تحليل خوارزمية فلويد – وارشال 38
4-تعديلات خوارزمية فلويد – وارشال 38

الفصل الخامس : نتائج المحاكاة الحاسوبية 39

1-مقدمة 40
2-نتائج محاكاة عددية 40

الفصل السادس : التوصيات والمقترحات 85

المراجع 89

All Rights Reserved - Library of University of Jordan - Center of Thesis Deposit

ملخص الرسالة

تقع الرسالة في ستة فصول هي كما يلي:

الفصل الأول:

قدمنا في هذا الفصل لمحة عن أهم المفاهيم الأساسية في نظرية البيان التي نحتاجها في فصول الرسالة بدءا من تطبيقات المسألة المطروحة في هذا العمل. تتضمن هذه المفاهيم بعض الأمثلة على تطبيقات يمكن نمذجتها باستخدام البيانات تمهيدا لحل المسألة الواقعية. كما عرضنا أهم المفاهيم الأساسية التي تتعلق بالبيانات الموجهة و غير الموجهة و البيانات المرمزة و الموزونة. أخيرا، أنهينا الفصل ببعض المبرهنات التي تتعلق بمسألة المسار الأقصر في البيانات الموزونة.

الفصل الثاني:

بما أن زمن تنفيذ الخوارزمية يعتمد على بنية المعطيات المستخدمة لتنفيذ بنية المعطيات في الخوارزمية المدروسة في هذا الفصل، فإن اختيار بنية معطيات مناسبة يمكن أن يؤثر بشكل كبير على تصميم الخوارزميات الفعالة.

قدمنا في هذا الفصل أحد أهم خوارزميات حل مسألة المسار الأقصر في البيانات الموزونة. إنها خوارزمية ديكسترا. أجرينا تعديلات على هذه الخوارزمية بتنفيذ الخوارزمية التقليدية مع بنى معطيات مختلفة أطلقنا على الخوارزميات الناتجة التسميات التالية:

- **خوارزمية ديكسترا 1**: تتضمن تنفيذ خوارزمية ديكسترا التقليدية مع بنية المعطيات المتجهات.
- **خوارزمية ديكسترا 2**: تتضمن تنفيذ خوارزمية ديكسترا التقليدية مع بنية المعطيات المتجهات و المؤشرات.
- **خوارزمية ديكسترا 3**: تتضمن تنفيذ خوارزمية ديكسترا التقليدية مع بنية المعطيات السجلات و المؤشرات.
- **خوارزمية ديكسترا 4**: تتضمن تنفيذ خوارزمية ديكسترا التقليدية مع بنية المعطيات الطوابير.

الفصل الثالث:

بما أن زمن تنفيذ الخوارزمية يعتمد على بنية المعطيات المستخدمة لتنفيذ الخوارزمية المدروسة في هذا الفصل، فإن اختيار بنية معطيات مناسبة يمكن أن يؤثر بشكل كبير على تصميم الخوارزميات الفعالة.

قدمنا في هذا الفصل خوارزمية أخرى لحل مسألة المسار الأقصر في البيانات الموزونة. إنها خوارزمية بيلمان – فورد. أجرينا التنفيذات الحاسوبية في الفصل الخامس على هذه الخوارزمية مع

All Rights Reserved - Library of University of Jordan - Center of Thesis Deposit

الفصل الرابع:

بما أن زمن تنفيذ الخوارزمية يعتمد على بنية المعطيات المستخدمة لتنفيذ بنية المعطيات في الخوارزمية المدروسة في هذا الفصل، فإن اختيار بنية معطيات مناسبة يمكن أن يؤثر بشكل كبير على تصميم الخوارزميات الفعالة.

قدمنا في هذا الفصل أحد أهم خوارزميات حل مسألة المسار الأقصر في البيانات الموزونة. إنها خوارزمية فلويد – وارشال. أجرينا تعديلات على هذه الخوارزمية بتنفيذ الخوارزمية التقليدية مع بنى معطيات مختلفة أطلقنا على الخوارزميات الناتجة التسميات التالية:

❶ **خوارزمية فلويد– وارشال 1**: تتضمن تنفيذ خوارزمية **فلويد– وارشال** التقليدية مع بنية المعطيات الصفوف و المؤشرات.

❶ **خوارزمية فلويد– وارشال 2**: تتضمن تنفيذ خوارزمية **فلويد– وارشال** التقليدية مع بنية المعطيات المتجهات.

❶ **خوارزمية فلويد– وارشال 3**: تتضمن تنفيذ خوارزمية **فلويد– وارشال** التقليدية مع بنية المعطيات المتجهات و المؤشرات.

الفصل الخامس:

كرسنا اهتمامنا في هذا الفصل على إجراء عدد كبير جدا من التجارب العددية تمثلت في تنفيذ جميع الخوارزميات المدروسة و المطورة: خوارزميات ديكسترا 1–4 و خوارزمية فورد – بيلمان و خوارزمية فلويد 1–3 لإيجاد المسار الأقصر في بيانات مسائل الاختبار التي حصلنا عليها عشوائيا وفق مولدات لغة البرمجة C++ 4.5. دونا نتائج المحاكاة الحاسوبية الناتجة من تطبيق الخوارزميات المذكورة أعلاه على البيانات المولدة عشوائيا لإيجاد المسار الأقصر في جداول و وضحناها بيانيا في أشكال حصلنا عليها باستخدام لغة البرمجة **MATLAB 8**. تتضمن الجداول عدد عقد و أضلاع البيانات المدروسة و البنية الصفرية للبيان الموافق لكل حالة اختبار إضافة إلى زمن التنفيذ الناتج من تطبيق الخوارزمية المدروسة مأخوذا بالثواني للحصول على المسار الأقصر في البيانات الموافقة. أخيرا، بينا البنية الصفرية للبيانات المولدة عشوائيا التي تتراوح بين 60% و 97% و ذلك بهدف إعطاء تبصر واضح عن أداء الخوارزميات المدروسة بغية معرفة أفضل هذه الخوارزميات أداء.

الفصل السادس:

لخصنا في هذا الفصل أهم النتائج العددية التي توصلنا إليها في جميع فصول الرسالة لتكون واضحة للمهتمين من العلميين و المهندسين و الباحثين العاملين في مجال البحث عن إيجاد المسار الأقصر في بيان موزون كثير الأصفار من مراتب عليا.

All Rights Reserved - Library of University of Jordan - Center of Thesis Deposit

Abstract of the Thesis

The thesis was divided into six chapters. The chapterwise of the thesis are given as follows:

Chapter 1:
In this chapter, we presented a review of basic concepts of graph theory needed in the thesis chapters starting from the considered problem in this work. These concepts includes some examples of applications can be modeled by using the graphs for solving the actual problem. However, we discussed more important basic concepts that are regarded with the labeled and weighted undirected and directed graphs. Finally, we finished the chapter by theorems regarding the shortest path in the weighted graphs.

Chapter 2:
Since the running time of algorithm depends on the data structure used for implementing the data structures of the considered algorithm in this chapter, the choice of suitable data structures can affect largely the design of efficient algorithms.
In this chapter, we introduced the most important algorithm for solving the shortest path problem in the weighted graphs. It is Dijkstra algorithm. We made modifications on this algorithm by implementing it with different data structures we called the resulting the following names:

- ❶ **Dijkstra algorithm 1**: This algorithm includes implementing classical Dijkstra algorithm with data structures arrays.
- ❶ **Dijkstra algorithm 2**: This algorithm includes implementing classical Dijkstra algorithm with data structures arrays and pointers.
- ❶ **Dijkstra algorithm 3**: This algorithm includes implementing classical Dijkstra algorithm with data structures and pointers.
- ❶ **Dijkstra algorithm 4**: This algorithm includes implementing classical Dijkstra algorithm with data structures queues.

Chapter 3:
Since the running time of algorithm depends on the data structure used for implementing the data structures of the considered algorithm in this chapter, the choice of suitable data structures can affect largely the design of efficient algorithms.
In this chapter, we introduced another algorithm for solving the shortest path problem in the weighted graphs. It is Bellman - Ford algorithm. We carried out the computer implementations in the fifth chapter on this algorithm with data structures arrays and pointers.

All Rights Reserved - Library of University of Jordan - Center of Thesis Deposit

Chapter 4:
Since the running time of algorithm depends on the data structure used for implementing the data structures of the considered algorithm in this chapter, the choice of suitable data structures can affect largely the design of efficient algorithms.
In this chapter, we introduced the most important algorithm for solving the shortest path problem in the weighted graphs. It is Warshall – Floyd algorithm. We made modifications on this algorithm by implementing it with different data structures we called the resulting the following names:

- ❶ **Warshall – Floyd algorithm 1**: This algorithm includes implementing classical **Warshall – Floyd** algorithm with data structures classes and pointers.
- ❶ **Warshall – Floyd algorithm 2**: This algorithm includes implementing classical **Warshall – Floyd** algorithm with data structures arrays.
- ❶ **Warshall – Floyd algorithm 3**: This algorithm includes implementing classical **Warshall – Floyd** algorithm with data structures arrays and pointers.

Chapter 5:
In this chapter, we concentrated our attention for making several number of numerical experiments involved in implementing all considered and developed algorithms: Dijkstra algorithms 1-4, Bellman – Ford algorithm and Warshall-Floyd algorithms 1-3 for finding the shortest path in the graphs of test problems resulting from applying the above mentioned algorithms on the graphs generated randomly. The obtained results were tabulated and plotted graphically by using the computer algebra system Matlab 8. The tables include the number of nodes and edges and the sparsity pattern of the corresponding graphs for each test problem in addition to the running time obtained from applying the considered algorithms. The CPU time were taken in seconds for finding the shortest path in the associated graphs. Finally, we showed the sparsity pattern of the randomly generated graphs between 60%-97% in aiming to give a clear insight to the performance of the considered algorithms hopping to know the best algorithm.

Chapter 6:
This chapter was devoted to conclude the most important numerical experiments obtained in all thesis chapters to be clear for engineers and researchers working in the research field of finding the shortest path in sparse weighted graphs of huge order.

All Rights Reserved - Library of University of Jordan - Center of Thesis Deposit



مفاهيم أساسية في نظرية البيان

(*Basic Concepts in Graph Theory*)

الملخص

قدمنا في هذا الفصل لمحة عن أهم المفاهيم الأساسية في نظرية البيان التي نحتاجها في فصول الرسالة بدءا من تطبيقات المسألة المطروحة في هذا العمل. تتضمن هذه المفاهيم بعض الأمثلة على تطبيقات يمكن نمذجتها باستخدام البيانات تمهيدا لحل المسألة الواقعية. كما عرضنا أهم المفاهيم الأساسية التي تتعلق بالبيانات الموجهة و غير الموجهة و البيانات المرمزة و الموزونة. أخيرا، أنهينا الفصل ببعض المبرهنات التي تتعلق بمسألة المسار الأقصر في البيانات الموزونة.

All Rights Reserved - Library of University of Jordan - Center of Thesis Deposit

1. مقدمة.

تقدم البيانات أداة فعالة لنمذجة الأشياء و العلاقات بينها. يعود تاريخ دراسة البيان إلى القرن الثامن عشر عندما عرف أولر مسألة الجسور **(Knigsberg bridge problem)** و منذ ذلك الحين استمرت الدراسة حول هذا المفهوم من قبل العديد من الباحثين.

يمكن استخدام البيانات لنمذجة المسائل في مجالات عديدة كنظام الاتصالات و النظم الخبيرة و تصميم **VLSI** و المترجمات و علم الأحياء الرياضي و هندسة البرمجيات و غيرها الكثير.

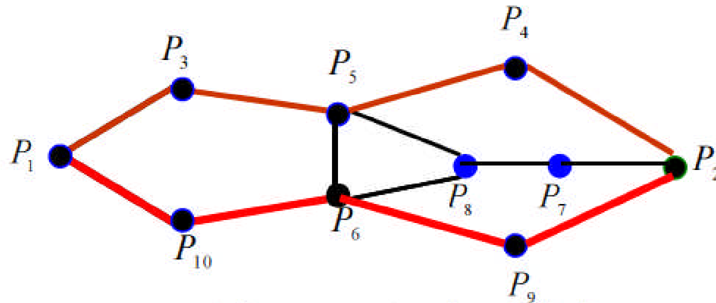
في هذا العمل، نركز اهتمامنا على مسألة هامة و بعض الخوارزميات التي تتعامل مع هذه المسألة و تتعلق بالبيانات. إنها مسألة إيجاد المسار الأقصر بين العقد في بيان موزون.

نقدم فيما يلي بعض الأمثلة على مجالات المسألة التي تتعامل مع البيانات ثم نتبعها بأهم المفاهيم الأساسية في نظرية البيان التي نحتاجها خلال هذا العمل عند التطرق إلى خوارزميات حل المسألة المنشودة.

❶ لنفرض أن مجموعة من عمال الإغاثة قد وصلت إلى بلد تعرض لكارثة إنسانية كبيرة كما حصل في هايتي نتيجة لزلزال مدمر ضرب البلد الفقير لمساعدة سكان القرى والمدن. أرادت هذه المجموعة أن تبني خطوط الاتصال على طول الطرق الموجودة التي تربط القرى مع بعضها. نريد أن نربط هذه الخطوط بطريقة ما بحيث أن كل زوج من القرى يمكن أن يرتبط بخط هاتف. علاوة على ذلك، يجب أن يكون العدد الكلي لأطوال أميال خطوط الهاتف أصغريا.أي أن، المسألة هي تحديد الطرق المطلوبة لنبني خطوط الهاتف على موازاتها لنحصل على شبكة الاتصال المطلوبة. بناء شبكة الاتصال لها بنية بيانية. إذ يمكن أن نربط بيانا بهذه الحالة، حيث توافق كل عقدة قرية من القرى المدروسة و الضلع الواصل بين العقدتين يمثل طريقا بين القريتين الموافقتين. طول هذا الطريق يمثل في البيان بوزن على الضلع الموافق. نحصل بالنتيجة على بيان موزون.

❶ لنفرض أنك تريد أن ترسل رسالة في حاسوب بعدة معالجات من معالج P_1 إلى معالج P_2 بأقل زمن ممكن. فكيف يمكن القيام بذلك ؟ يمكن نمذجة شبكة الحاسوب ببيان. كل عقدة توافق معالجا و نربط كل عقدتين بضلع إن كان المعالجان الموافقان يرتبطان مع بعضهما مباشرة. في هذه الحالة نقول عن المعالجين إنهما متصلان أو مرتبطيان مع بعضهما. يقدم الشكل 1 نموذجا افتراضيا لحاسوب بعدة معالجات. إذا كان زمن الاتصال بين المعالجين المرتبطين هو نفسه، فإن المسار الأقصر للرسالة المرسلة من المعالج P_1 إلى المعالج P_2 توافق المسار الأقصر $P_1 \to P_2$. ففي مثالنا، $P_1 , P_3 , P_5 , P_4 , P_2$ و $P_1 , P_{10} , P_6 , P_9 , P_2$ هما المساران الأقصران $P_1 \to P_2$.

All Rights Reserved - Library of University of Jordan - Center of Thesis Deposit



الشكل 1. نموذج حاسوب بعدة معالجات.

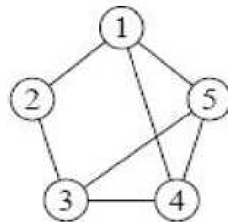
2. مفاهيم أساسية في نظرية البيان

هناك مجال واسع من المسائل يمكن التعبير عنها بوضوح و دقة كبيرين باستخدام مفهوم البيانات كما نوهنا في المقدمة أعلاه عن بعض منها. إلا أننا لم نتعلم كيف نرسم البيان الموافق لمشكلة تطبيقيـــة. نقدم في هذه الفقرة تعريف البيان و أنواع البيانات كما نتطرق لأهم المفاهيم الضرورية التي نحتاجها عند الحديث عن خوارزميات حل مسألة المسار الأقصر في البيانات الموزونة. هذه المفاهيم هي كما يلي:

تعريف 1. البيان (graph): هو زوج مرتب $G = G(V, E)$ حيث:

- V هي مجموعة منتهية من العناصر تدعى **العقد** **(nodes)** أو **الذرى** **(vertices)**.
- $E \subseteq V \times V$ هي مجموعة منتهية من الأزواج من الـشكل (i, j) تـدعى الأضـــلاع. حيث $i, j \in V$.

لنأخذ مثلا الشكل التالي:



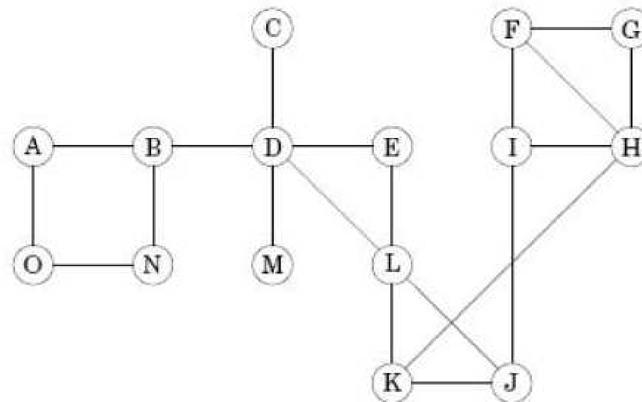
الشكل 2. مثال على بيان.

من الشكل نجد أن: $V = \{1, 2, 3, 4, 5\}$

و $E = \{(1,2), (1,4), (1,5), (2,3), (3,4), (3,5), (4,5)\}$.

وكمثال آخر على البيانات نأخذ البيان التالي المبين في الشكل 3.

All Rights Reserved - Library of University of Jordan - Center of Thesis Deposit



الشكل 3. مثال على بيان.

في العديد من التطبيقات ، من الضروري أن نربط بين كل ضلع في البيـــان بتوجيـــه. ففـــي بعـــض الحالات كشبكات الاتصالات و الشبكات الكهربائية يلزم توجيه الأضلاع لتمثيله صـــفة محـــددة فـــي النظام الفيزيائي. لهذا السبب ندخل مفهوم البيانات الموجهة كما يلي:

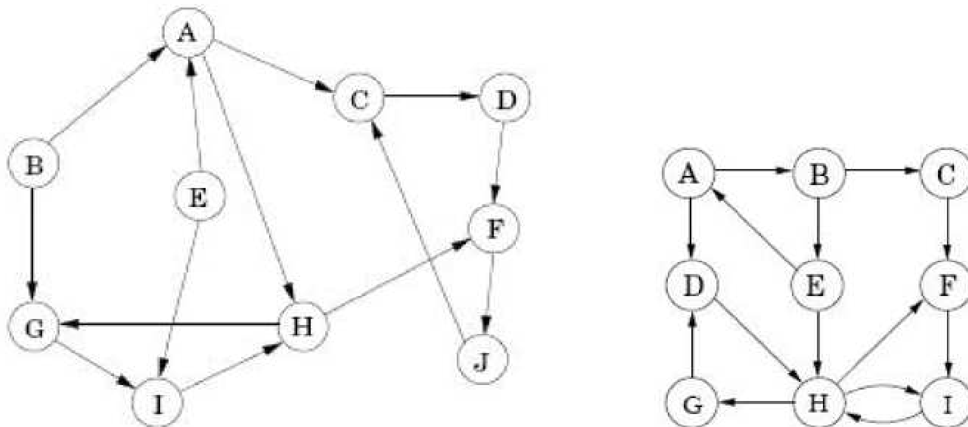
❶ البيان الموجه (directed graph):

يتألف البيان الموجه و نرمز له اختصارا بالرمز $G = G(V, E)$ من:

- مجموعة منتهية V من العناصر تدعى **العقد** (**nodes**) أو **الذرى** (**vertices**).
- مجموعة منتهية $E \subseteq V \times V$ من الأزواج المرتبة من الشكل (i, j) تدعى الأضـــلاع.

حيث $i\ ,\ j \in V$. تدعى العقدة i بالعقدة الابتدائية و تدعى j بالعقدة النهائية أو الطرفية.

من التعريف ينتج أن الفرق الوحيد بين البيان و البيان الموجه هو أن الأضلاع في البيان الموجه هي أزواج مرتبة من العقد بينما الأضلاع في البيان ليست كذلك و يمكن توضيح البيان الموجه بالأمثلـــة التالية:



الشكل 4. أمثلة على البيانات الموجهة.

All Rights Reserved - Library of University of Jordan - Center of Thesis Deposit

من تعريف البيان الموجه ومن الشكل 4 نجد أن هناك فرق بين الضلع (i,j) و الضلع (j,i) في البيان الموجه كما هو مبين في الشكل التالي:





الشكل 5. الفرق بين الضلعين (i,j) و (j,i) في البيان الموجه.

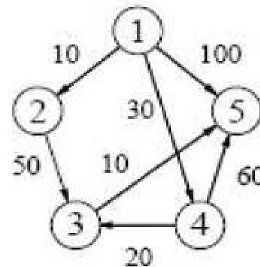
هناك العديد من الأمثلة على البيانات الموجهة و خير مثال على ذلك البيان الموجه الذي هــو بيــان جميع الارتباطات في شبكة الاتصال العالمية **(World Wide Web)**. تمثل العقدة كل موقع علــى الانترنيت بينما يمثل الضلع الموجه (u,v) الرابط بين الموقــع u و الموقــع v إن كــان موجــودا. بالمحصلة، هناك بلايين العقد و الأضلاع. إن فهم الخواص المترابطة الأساسية للموقع **(Web)** هــي مسألة اجتماعية واقتصادية كبيرة. على الرغم أن حجم المسألة كبير جدا كما ســنرى ، إلا أن كثيــرا من المعلومات القيمة عن بنية البيان يمكن تحديدها بزمن خطي.

❶ البيان المرمز (labeled graph):

نقول عن البيان $G=G(V,E)$ إنه بيان مرمز إذا رمزت عقده برموز أو بالأعداد الصحيحة من 1 حتى n كما هو مبين ، مثلا ، في الشكلين 2 و 3.

❶ البيان الموزون (weighted graph):

نقول عن البيان $G=G(V,E)$ إنه بيان موزون إذا حدد على كل ضلع (i,j) وزن نرمز لــه بالرمز $w=w(i,j)$ و قد يمثل هذا الوزن طولا أو قياسا أو كمية أو شيء مــا تفرضــه المــسألة المدروسة. و يمكن توضيح التعريف بالمثال التالي:

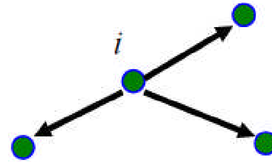


الشكل 6. مثال على بيان موجه موزون.

All Rights Reserved - Library of University of Jordan - Center of Thesis Deposit

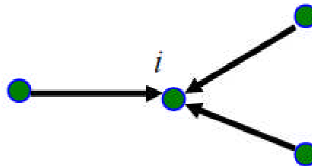
❶ **درجة عقدة (degree of node):** درجة عقدة في بيان $G=G(V,E)$ هي عدد الأضــلاع التي ترتبط بهذه العقدة. إذا كان البيان $G=G(V,E)$ موجها عندئذ لدينا الحالتين التاليتين:

1. الدرجة الخارجة (Outgoing degree of node) لعقدة: الدرجة الخارجــة لعقــدة i و نرمز لها اختصارا بالرمز $d^{+}(i)$ هي عدد الأضلاع (i,j) التي تملك العقدة i كعقــدة ابتدائية و يمكن توضيحها بالشكل التالي:



الشكل 7. مثال على الدرجة الخارجة $d^{+}(i)$ لعقدة في بيان موجه.

2. الدرجة الداخلة (Incoming degree of node) لعقدة: الدرجة الداخلة لعقدة i و نرمز لها اختصارا بالرمز $d^{-}(i)$ هي عدد الأضلاع (i,j) التي تملك العقدة i كعقدة طرفية و يمكن توضيحها بالشكل التالي:



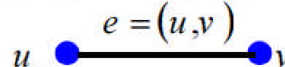
الشكل 8. مثال على الدرجة الداخلة $d^{-}(i)$ لعقدة في بيان موجه.

❶ **مرتبة و حجم بيان (order and size of graph):** نرمز لعــدد عقــد البيــان G ، $|V|$ ، بالرمز n بينما نرمز لعدد أضلاع البيان G، $|E|$ ، بالرمز b. أي أن:

$$n=|V| \quad \text{و} \quad b=|E|$$

❶ **العقدة w ترتبط بعقدة أخرى v** إذا كان $(v,w)\in E$.

❶ نقول عن الضلع $e=(v,w)$ إنه يربط العقدتين v و w كما هو مبين في الشكل التالي:



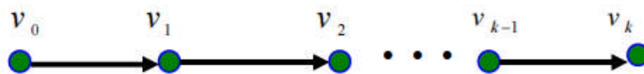
الشكل 9. مثال توضيحي على ضلع (v,w) يربط بين عقدتين.

❶ **المسار (path):** المسار من العقدة v_0 إلى العقدة v_k في بيان G و نرمز لــه اختــصارا بالرمز $P:v_0\to v_k$ هو متتالية متمايزة من العقد بحيــث أن (v_i,v_{i+1}) ، $i=0,1,2,\ldots,k-1$ هو ضلع في البيان G. أي أن المسار $P:v_0\to v_k$ يأخذ الشكل التالي:

All Rights Reserved - Library of University of Jordan - Center of Thesis Deposit

$$P: v_0 \to v_1 \to v_2 \to \ldots \to v_k$$

حيث $v_0, v_1, \ldots, v_k$ متمايزة. و يمكن توضيح المسار بالشكل التالي:



الشكل 9. مثال على المسار $P: v_0 \to v_1 \to v_2 \to \ldots \to v_k$.

- **الحلقة (cycle):** هي مسار انطبقت بدايته على نهايته ، أي أن $v_0 = v_k$ و تأخذ الحلقة الشكل التالي:

$$C: v_0 \to v_1 \to v_2 \to \ldots \to v_k (= v_0)$$

- **البيان المترابط (connected graph):** نقول عن البيان G إنه مترابط إذا وجد مسار يربط بين كل زوج من عقده كما هو مبين في الأشكال 2–4.

تعريف 2. الشبكة (network): ليكن $G(V,E)$ بيانا أو بيانا موجها معرف عليه تابع الوزن $W: E \to \mathbb{R}_0^+$. تعرف الشبكة بالزوج (G,W) حيث $W(e) = W(u,v)$ هو وزن الضلع $e = (u,v)$.

- **المسافة بين عقدتين:** هي طول المسار الأقصر بينهما. و يمكن توضيح هذا التعريف بشكل مفصل باعتباره أحد أهم المفاهيم الأساسية في حل المسألة المدروسة:

تعريف 3. المسافة بين عقدتين (distance):

المسافة بين العقدتين u و v و نرمز لها اختصارا بالرمز $d(u,v)$ في الشبكة (G,W) تعطى بالصيغة التالية:

$$d(u,v) = \begin{cases} \min\{W(P) : P \text{ is a path fro } u \text{ to } v\} \\ \infty \qquad \text{if } v \text{ is not accessible from } u \end{cases}$$

- **طول مسار (path length):** هو مجموع أوزان أضلاعه. و يمكن توضيح هذا التعريف بتفاصيل أكثر ليكون واضحا عند التطرق إلى خوارزميات حل مسألة المسار الأقصر في البيانات الموزونة.

تعريف 4. طول المسار الأقصر بين عقدتين (shortest path):

لنفرض أننا أعطينا شبكة: بيانا موجها $G(V,E)$ يحوي n عقدة و b ضلعا معرفا عليه تابع كلفة $W: E \to \mathbb{R}_0^+$. كلفة مسار $P: v_0 \to v_1 \to v_2 \to \ldots \to v_k$ هي:

$$W(P) = \sum_{i=0}^{k-1} W(v_i, v_{i+1}) \qquad (1)$$

تمثل (1) عدد الأضلاع على المسار و تدعى طول المسار. المسافة من العقدة u إلى العقدة v هي:

All Rights Reserved - Library of University of Jordan - Center of Thesis Deposit

$$\delta(u,v)=\begin{cases}\min\{W(P):P \text{ is a path } u\to v \text{ if such path exists}\}\\ \infty \qquad\qquad\qquad \text{otherwise}\end{cases}$$

تدعى هذه المسارات بمسارات الكلفة الأقل و يشار إليها على أنها المسارات الأقصر. معظم الشبكات لا تتعامل مع أية حلقات بأطوال سالبة. و لذلك فإن المسافات بين عقدتين محددة تماما. لتوضيح هذه النقطة نورد المثال التالي:

مثال. تتحرك سفينة من مرفأ u إلى مرفأ v حيث يمكن أن نختار الطريقة بحرية تامة. تمثل الطرق بنقليات في بيان موجه G و طول الضلع $e=(u,v)$ و نرمز لـه بـالرمز $W(e)$ يحـدد العائـد للانتقال من u إلى v. من أجل هذه الأضلاع، يمكن أن تتحرك السفينة فارغة بحيث أن $W(e)$ هـو سالب ومن أجل هذه الأضلاع: العائد أو المكسب غير موجود. باستبدال $W(e)$ بـالرمز $-W(e)$ في هذه الشبكة، فإن المسار الأقصر يمثل الطريق الذي يعطي عائدا محتملا أكبر.

ملاحظة: من التعريف 4 نجد أن $\delta(u,v)=\infty$ إذا لم يكن هناك مسار بين العقدتين u و v.

تعريف 5. البيان كثير الأصفار (sparse graph): نقول عن البيان G إنه كثير الأصـفار إذا كان $b=|E|\ll|V|^2$.

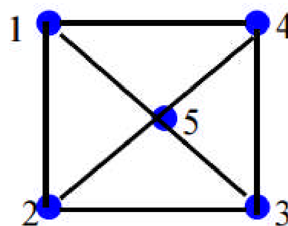
يمكن أن تملك البيانات أوزانا ترتبط بالعقد أو الأضلاع و في هذا الصدد لدينا التعريفين التاليين:

3. تمثيل البيانات (graphs representation)

هناك طريقتين لتمثيل البيانات على الحاسوب هما:

❶ **تمثيل قائمة الاتصال (adjacency list representation):** في تمثيل قائمة الاتـصال كل عقدة تملك قائمة اتصال، أي أن هناك عنصر في القائمة لكل من عقد المتـصلة. يمثـل البيان بمتجهة من قوائم الاتـصال قائمـة واحـدة لكـل عقـدة. يـستخدم هـذا التمثيـل $O(|V|+|E|)$ للتخزين و التي هي مناسبة جدا للبيانات كثيـرة الأصـفار. يـسمح هـذا التخزين بفحص جميع العقد المتصلة بعقدة معطاة بزمن يتناسب مع درجة العقدة.

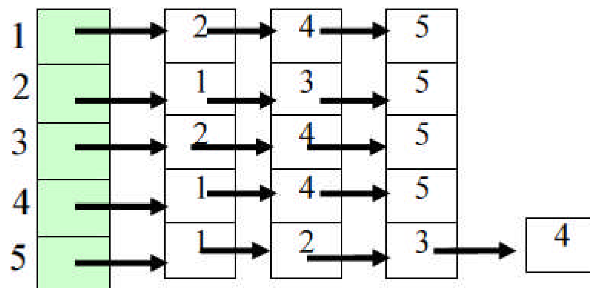
لنفرض أنه لدينا البيان التالي:



الشكل 10. مثال على بيان تعطى طريقة تمثيل قوائم الاتصال في الشكل 11.

All Rights Reserved - Library of University of Jordan - Center of Thesis Deposit

تعطى طريقة تمثيل البيان المبين في الشكل 10 كما هو موضح في الشكل 11.



الشكل 11. مثال على بيان و طريقة تمثيله باستخدام تمثيل قوائم الاتصال.

❶ **تمثيل مصفوفة الاتصال (adjacency matrix representation):** في تمثيل مصفوفة الاتصال نستخدم مصفوفة مربعة $A=(a_{ij})$ من المرتبة n لتمثيل البيان. في هذه الحالة لدينا:

$$a(i,j)=\begin{cases}1 & \text{if } (i,j)\in E\\ 0 & \text{otherwise}\end{cases}$$

يسمح لنا هذا التمثيل أن نختبر بزمن ثابت فيما إذا كان هناك ضلع بين أي زوج من العقد. و كمثال على هذه الطريقة في تمثيل البيان نكتب المصفوفة الموافقة للبيان المعطى في الشكل 10 كما يلي:

$$A=\begin{bmatrix}0&1&0&1&1\\1&0&1&0&1\\0&1&0&1&1\\1&0&1&0&1\\1&1&1&1&0\end{bmatrix}$$

4. بعض المبرهنات الأساسية حول المسار الأقصر

نعود الآن إلى مسألة تحديد المسار الأقصر في شبكة عامة. في الواقع، جميع الخوارزميات المعروفة لحل هذه المسألة توجد المسار الأقصر من عقدة البداية u إلى كل عقدة v يمكن الوصول إليها من عقدة البداية ، بأقل كلفة ممكنة. نفرض أن الشبكة المعطاة (G,W) لا تحوي أية حلقات بطول سالب بحيث أن طول المسار الأقصر بين عقدتين معينتين يساوي دوما المسافة بينهما. علاوة على ذلك، نفرض من الآن فصاعدا أن جميع البيانات المدروسة هي بيانات موجهة بحيث أن جميع المسارات ينبغي أن تكون موجهة.

All Rights Reserved - Library of University of Jordan - Center of Thesis Deposit

مبرهنة 1. ليكن P المسار الأقصر من عقدة s إلى عقدة t في الشبكة (G,W) ، و لتكن v عقدة على المسار P. عندئذ المسار الجزئي P من العقدة s إلى العقدة v هو مسار اقصر من العقدة s إلى العقدة v.

البرهان: لنرمز للمسارين الجزئيين المشكلين للمسار P من العقدة s إلى العقدة v و من العقدة v إلى العقدة t بالرمز P_1 و P_2 على الترتيب. لنفرض أنه يوجد مسار P_1' من العقدة s إلى العقدة v أقصر من P_1. عندئذ $P'=P_1'P_2$ هو مسار من العقدة s إلى العقدة t أقصر من P. إلا أن P' يحوي مسار P'' من العقدة s إلى العقدة v يمكن بناؤه من P' بحذف الحلقات. حسب فرضيتنا العامة لا تحوي الشبكة (G,W) أية حلقات طولها سالب و بالتالي ليس P'' أقصر من P ، تناقض.

نقدم فيما يلي مبرهنة أخرى ترتبط بين المسارات الأقصر تبدأ من عقدة s بدلالة المسافات $d(s,v)$ كما يلي:

مبرهنة 2. ليكن P مسارا من عقدة s إلى عقدة t في الشبكة (G,W). عندئذ P هو مسار أقصر إذا و فقط إذا كلن كل ضلع $(u,v)\in P$ يحقق الشرط:

$$d(s,v)=d(s,u)+W(u,v) \tag{2}$$

البرهان: أولا، ليكن P مسارا أقصر من عقدة s إلى عقدة t في الشبكة (G,W). حسب المبرهنة 1 المسارات الجزئية التي تشكل المسار P من العقدة s إلى العقدة u و من العقدة u إلى العقدة v هي مسارات أقصر. و هكذا ينبغي أن يحقق P الشرط (2). بالعكس، ليكن P مسارا يحقق الشرط (2) و ليكن $P: v_0\to v_1\to \ldots \to v_k$ حيث $s=v_0$ و $t=v_k$. عندئذ:

$$\begin{aligned}
d(s,t)&=d(s,v_k)-d(s,v_0)\\
&=\left(d(s,v_k)-d(s,v_{k-1})\right)+\left(d(s,v_{k-1})-d(s,v_{k-2})\right)\\
&\quad+\ldots+\left(d(s,v_1)-d(s,v_0)\right)\\
&=W(v_{k-1},v_k)+W(v_{k-2},v_{k-1})+\ldots+W(v_1,v_0)=W(P)
\end{aligned}$$

5. خوارزميات إيجاد المسارات الأقصر في بيان موزون

في العديد من التطبيقات في النقل ، الاتصالات ، الاقتصاد و غيرها بزغت البيانات كنموذج رياضي لحل النظم الموافقة لمسائل الحياة الواقعية. بالفعل يمكن نمذجة العديد من المسائل بشكل يتطلب إيجاد مسار بين عقدتين في بيان بحيث يكون مثاليا وفق معيار ما. هذا المعيار يمكن تقديره بدلالة الأوزان المحددة على أضلاع البيان.

طرائق التجربة – الأخطاء **(trial-and-error methods)** هي إحدى الطرائق المعروفة لإيجاد المسار الأقصر في البيانات و البيانات الموجهة التي مراتبها و حجومها صغيرة جدا. مثل هذه

All Rights Reserved - Library of University of Jordan - Center of Thesis Deposit

التقنيات ليست ممكنة التطبيق كثيرا على البيانات أو البيانات الموجهة التي حجومها أو مراتبها كبيرة جدا. يمكن صياغة مسألة المسار الأقصر في بيان موزون بعدة حالات:

- ❶ مسألة المسار الأقصر من عقدة أصل وحيدة إلى جميع العقد الأخرى.
- ❶ مسألة المسار الأقصر بين جميع أزواج العقد.
- ❶ مسألة المسار الأقصر من جميع العقد إلى عقدة وجهة واحدة.

تتطلب بعض الخوارزميات أن تكون جميع أوزان الأضلاع غير سالبة بينما تسمح الأخرى بقيم سالبة. إذا وجدت حلقة سالبة، عندئذ يمكن أن نحصل على صعوبات. في هذا العمل تقتصر دراستنا على البيانات الموزونة أوزانها موجبة و لا تحوي حلقات. و لمزيد من التفاصيل حول مضمون هذا الفصل يمكن الاطلاع على المراجع [1-10].

في هذه الرسالة، نتناول بعض أهم الخوارزميات الفعالة لإيجاد المسار الأقصر في البيانات الموجهة الموزونة. هذه الخوارزميات هي:

- ❶ **خوارزمية ديكسترا**
- ❶ **خوارزمية بيلمان – فورد**
- ❶ **خوارزمية فلويد – وارشال.**

نحاول أن نجري تجارب محاكاة عددية لتنفيذ هذه الخوارزميات مع بنى معطيات مختلفة لمعرفة أداءها في إيجاد المسارات الأقصر بين العقد من أجل بيانات موزونة كثيرة الأصفار. نستخدم التنفيذات على البيانات كثيرة الأصفار G عندما $b < \frac{n^2}{\log n}$ و عندما $b < n^2$.

All Rights Reserved - Library of University of Jordan - Center of Thesis Deposit

الفصل الثاني

خوارزمية ديكسترا و تعديلاتها

(Dijkstra's Algorithm and its Variants)

الملخص

بما أن زمن تنفيذ الخوارزمية يعتمد على بنية المعطيات المستخدمة لتنفيذ بنية المعطيات في الخوارزمية المدروسة في هذا الفصل، فإن اختيار بنية معطيات مناسبة يمكن أن يؤثر بشكل كبير على تصميم الخوارزميات الفعالة.

قدمنا في هذا الفصل أحد أهم خوارزميات حل مسألة المسار الأقصر في البيانات الموزونة. إنها خوارزمية ديكسترا. أجرينا تعديلات على هذه الخوارزمية بتنفيذ الخوارزمية التقليدية مع بنى معطيات مختلفة أطلقنا على الخوارزميات الناتجة التسميات التالية:

❶ **خوارزمية ديكسترا 1**: تتضمن تنفيذ خوارزمية ديكسترا التقليدية مع بنية المعطيات المتجهات.

❶ **خوارزمية ديكسترا 2**: تتضمن تنفيذ خوارزمية ديكسترا التقليدية مع بنية المعطيات المتجهات و المؤشرات.

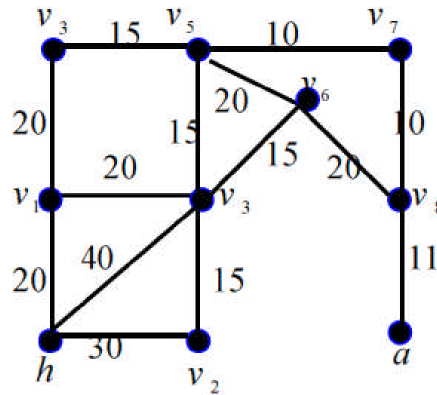
❶ **خوارزمية ديكسترا 3**: تتضمن تنفيذ خوارزمية ديكسترا التقليدية مع بنية المعطيات السجلات و المؤشرات.

❶ **خوارزمية ديكسترا 4**: تتضمن تنفيذ خوارزمية ديكسترا التقليدية مع بنية المعطيات الطوابير.

All Rights Reserved - Library of University of Jordan - Center of Thesis Deposit

1. مقدمة

نستدعي كل يوم سيارات الإسعاف إلى مكان حادث. بالطبع، ما يهم سيارة الإسعاف هو أن تصل إلى مكان الحادث بأسرع ما يمكن. و هكذا يجب إيجاد المسار الأقصر لتسلكه سيارة الإسعاف إلى مكـــان الحادث. يبين الشكل 1 بيانا موزونا ينمذج هذه الحالة. تمثل العقدة h المشفى بينما تمثـــل العقـــدة a مكان الحادث و تمثل العقد الأخرى نقاط تقاطع الطرق بين المشفى و مكان الحادث. كل ضلع يمثـــل طريقا و يرمز بعدد الثواني المطلوبة التي تتطلبهـــا ســـيارة الإســـعاف لتقطـــع الطريـــق. فمـــثلا، $h , v_1 , v_4 , v_5 , v_6 , a$ و h , v_3 , v_6 , v_8 , a هما المساران الأقصران من المـــشفى إلى مكان الحادث. نناقش خوارزمية فعالة لإيجاد المسارات الأقصر بـــين أزواج العقـــد فـــي بيـــان موزون.



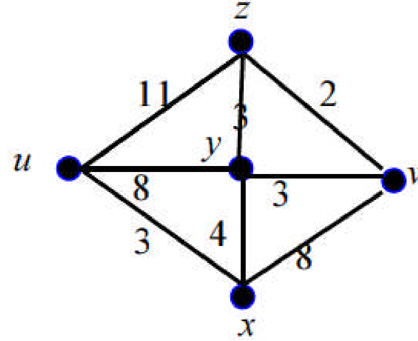
الشكل 1. نموذج الطرق بين مشفى و مكان حادث.

يمكن صياغة هذه الأفكار كما يلي:

ليكن G بيانا موزونا، يملك كل ضلع من أضلاعه e وزنا موجبا $W(e)$. المسافة $d(u,v)$ بـــين زوجين من العقد u و v في البيان G هي الطول الأصغر بين جميع المـــسارات $P: u \to v$ فـــي البيان G إذا كانت مثل هذه المسارات موجودة. و إلا فإن $d(u,v) = \infty$. بمعنى آخـــر: المـــسافة هي طول المسار الأقصر $P: u \to v$ من أجل أي زوج u و v من العقد في بيـــان G إذا كـــان المسار $P: u \to v$ موجودا. إذا لم يحو البيان G المـــسار $P: u \to v$ ، فـــإن $d(u,v) = \infty$.

فمثلا، من أجل البيان الموزون G في الشكل 2، لدينا $d(u,v) = 10$ و $P: u , x , y , v$ هو المسار الأقصر $P: u \to v$. لاحظ أن المسار $Q: u , y , v$ ليس مسارا أقصر فـــي البيـــان G حتى و إن حوى عددا من الأضلاع أقل من عدد أضلاع $P: u , x , y , v$.

All Rights Reserved - Library of University of Jordan - Center of Thesis Deposit



الشكل 2. المسافة في بيان موزون.

نصف فيما يلي خوارزمية تتعامل مع الشبكات التي لا تحوي أطوالا (أوزانا) سالبة.

2. خوارزمية ديكسترا (Dijkstra's Algorithm)

توجد خوارزمية ديكسترا المسار الأقصر من أي عقدة معينة إلى أي عقدة أخرى و بالتالي إلى جميع العقد الأخرى في البيان. نفرض في خوارزمية ديكسترا أنه لدينا عقدة مصدر وحيدة s و أن أوزان جميع الأضلاع غير سالبة ، أي أن $w(u,v) \geq 0$.

لتكن $s \in V$ عقدة البداية و هي معطاة ندعوها عقدة المصدر **(Source node)** و لنوجد أوزان المسار الأقصر $\delta(s,v)$ من أجل جميع العقد $v \in V$. تبحث الخوارزمية عن مجموعة S من العقد بحيث أن أوزان المسار الأقصر النهائي المكون من عقد S من عقدة المصدر ينبغي أن تكون قد تحددت. تنجز الخوارزمية هذا العمل في ترتيب تصاعدي للقيم $\delta(s,j)$. تختار الخوارزمية بشكل متكرر عقدة $S - u \in V$ بحيث أن وزن المسار $s \to u$ أصغري. تدخل الخوارزمية العقدة u في المجموعة S و تعلم جميع الأضلاع التي تخرج من u **(Relaxation)**. تبني طابور أسبقية Q يحوي جميع العقد في $V - S$ معلمة بقيمها. نقدم فيما يلي خوارزمية تبين طريقة تعليم الأضلاع عندما نوجد المسار الأقصر بين عقدتين في بيان موزون.

❶ خوارزمية تعليم الأضلاع (Edges Relaxation)

هذه الخوارزمية هي مفتاح التقنية المتبعة في خوارزميات إيجاد السمار الأقصر في البيانات الموزونة. تعطى هذه الخوارزمية بالصيغة التالية:

1. تهيئة الشبكة المدروسة (البيان الموزون) كما يلي:

for each vertex $v \in V$ do

$d[v] \leftarrow \infty$

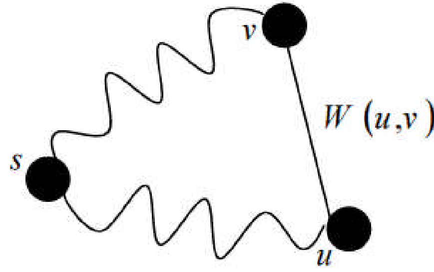
$d[s] \leftarrow 0$

All Rights Reserved - Library of University of Jordan - Center of Thesis Deposit

.2

```
Relax(u , v)
1. if d[v] > d[u] + W(u , v)
2.    then d[v] ← d[u] + W(u , v)
3.         π[v](= parent[v]) ← u (keep track of actual path)
```

و يمكن تمثيل خوارزمية Relax(u , v) وفق الشكل التالي:



ليكن $\delta(s,v)$ يرمز إلى طول مسار أقصر من s إلى v. عندئذ:

❶ ليكن $P: s \to v$ مسار أقصر يجزأ إلى مسار جزئي $P: s \to u$ و الضلع (u,v). عندئذ:

$$\delta(s,v) = \delta(s,u) + W(u, v)$$

❶ بعد تعليم الضلع (u,v) بتنفيذ الخوارزمية Relax(u , v)، لدينا

$$d[v] \le d[u] + W(u, v)$$

مبرهنة 1: إذا كانت $d[v] = \infty$ و $d[s] = 0$ و نفذنا الخوارزمية Relax عندئذ :

$$d[v] \ge \delta(v,s)$$

البرهان: بما أننا وضعنا المجموعة $d[v]$ غير منتهية ، وإذا كان $d[v] = \delta(v,s)$ ، فإن خوارزمية Relax لا تغير القيمة وبالتالي فإن:

$$d[v] \ge \delta(v,s)$$

مبرهنة 2: إذا كان P مسار أقصر من العقدة s إلى العقدة v ولنفرض أننا علمنا جميع أضلاع المسار P بالترتيب وليس تتابعياً عندئذ تتحقق المساواة في العلاقة الواردة في المبرهنة 1.

البرهان: إذا كان طول المسار الجديد P من العقدة s إلى العقدة v أقصر من $d[s]$ عندئذ يمكننا أن نجعل المسار الجديد P مساويا $d[s]$. حسب المبرهنة 1 ، لدينا $d[v] \ge \delta(v,s)$ حيث أن القيمة تتغير في هذه الحالة عند تنفيذ خوارزمية Relax. إلا أننا هنا لا نريد أن تتغير القيمة في المسار P لذلك تتحقق المساواة في العلاقة الواردة في المبرهنة 1 ويكون :

$$d[v] = \delta(v,s)$$

بدمج الأفكار السابقة معا نحصل على خوارزمية ديكسترا التي تعطى بالصيغة التالية

All Rights Reserved - Library of University of Jordan - Center of Thesis Deposit

Dijkstra algorithm ((G,w) is a network)

$S \leftarrow \varnothing$

$Q \leftarrow V$

while $Q \neq \varnothing$ do

  u¬Extract-Min(Q)

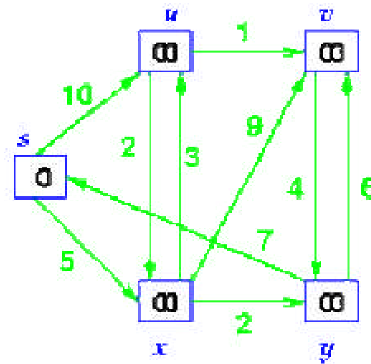
  $S \leftarrow S \cup \{u\}$

  for each vertex $v \in Adj[u]$ do

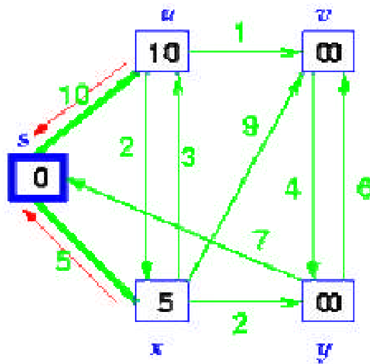
    Relax(u,v)

نوضح فيما يلي خطوات تنفيذ خوارزمية ديكسترا على البيان الموزون التالي:

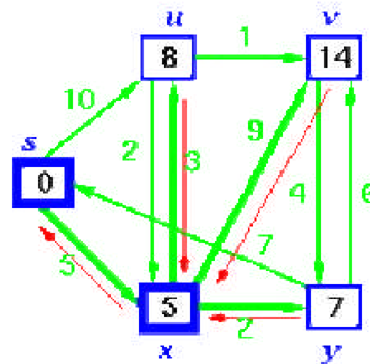
الخطوة 1:



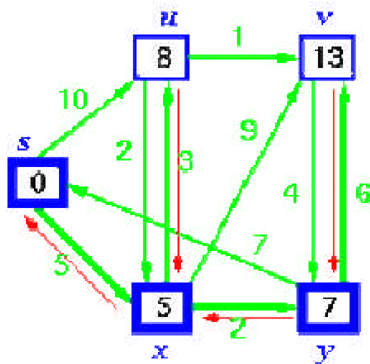
الخطوة 2:



الخطوة 3:

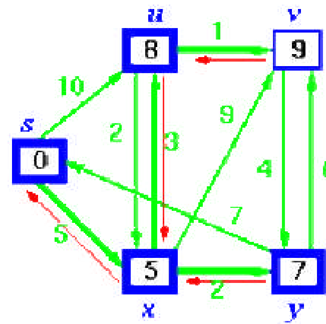


الخطوة 4:

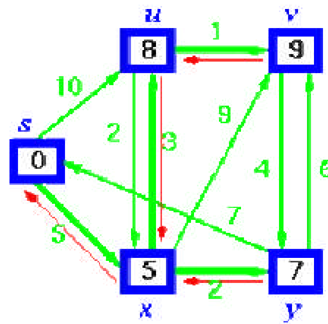


All Rights Reserved - Library of University of Jordan - Center of Thesis Deposit

الخطوة 5:



الخطوة 6:



3. تحليل خوارزمية ديكسترا

يعتمد زمن تنفيذ الخوارزمية على بينية المعطيات المستخدمة لتنفيذ الطوابير الأوليـة. اختيـار بينـة معطيات مناسبة يمكن أن يؤثر بشكل كبير على تصميم خوارزميات فعالة.

يمكن تنفيذ الطوابير الأسبقية في خوارزميـة ديكسـترا بـزمن $O(\log n)$. أمـا التعقيـد الزمنـي لخوارزمية Relax فهو $O(\text{degree}(v)\log n)$. بالنتيجة يعطى تعقيد خوارزمية ديكسترا بالـصيغة التالية:

$$\sum_{v \in V}\left(1+\text{degree}(v)\right)\log n = O\left((n+m)\log n\right)$$

و لمزيد من التفاصيل حول مضمون هذا الفصل يمكن الاطلاع على المراجع [11-16].

4. تعديلات خوارزمية ديكسترا التقليدية

نصف في هذه الفقرة بعض التعديلات التي أجريناها على خوارزمية ديكسترا لحل المسألة التي هي موضوع الرسالة.

بما أن زمن تنفيذ الخوارزمية يعتمد على بنية المعطيات المـستخدمة لتنفيـذ بنيـة المعطيـات فـي خوارزمية ديكسترا التقليدية المدروسة في هذا الفصل، فإن اختيار بنية معطيات مناسبة يمكن أن يؤثر بشكل كبير على تصميم خوارزميات فعالة. لهذا السبب حاولنا تنفيذ خوارزمية ديكـسترا مـع بنـى معطيات مختلفة على بيانات موزونة كثيرة الأصفار لمعرفة أداء كل منها. تشمل هذه الخوارزميـات ما يلي:

❶ **خوارزمية ديكسترا 1:** و هي تعديل خوارزمية ديكسترا التقليدية الموصوفة أعلاه مـع بنية المعطيات المتجهات فقط .

❶ **خوارزمية ديكسترا 2:** و هي تعديل خوارزمية ديكسترا التقليدية الموصوفة أعلاه مـع بنية المعطيات الصفوف و المؤشرات.

All Rights Reserved - Library of University of Jordan - Center of Thesis Deposit

- **خوارزمية ديكسترا 3**: و هي تعديل خوارزمية ديكسترا التقليدية الموصوفة أعلاه مـــع بنية المعطيات السجلات و المؤشرات.
- **خوارزمية ديكسترا 4**: و هي تعديل خوارزمية ديكسترا التقليدية الموصوفة أعلاه مـــع بنية المعطيات الطوابير.

All Rights Reserved - Library of University of Jordan - Center of Thesis Deposit



خوارزمية بيلمان – فورد و تعديلاتها

(*Bellman - Ford's Algorithm and its Variants*)

الملخص

بما أن زمن تنفيذ الخوارزمية يعتمد على بنية المعطيات المستخدمة لتنفيذها الخوارزمية المدروسة في هذا الفصل، فإن اختيار بنية معطيات مناسبة يمكن أن يؤثر بشكل كبير على تصميم الخوارزميات الفعالة.

قدمنا في هذا الفصل خوارزمية أخرى لحل مسألة المسار الأقصر في البيانات الموزونة. إنها خوارزمية بيلمان – فورد. أجرينا التنفيذات الحاسوبية في الفصل الخامس على هذه الخوارزمية مع بنى معطيات المتجهات و المؤشرات.

All Rights Reserved - Library of University of Jordan - Center of Thesis Deposit

1. مقدمة

خوارزمية المسار الأقصر ، خوارزمية ديكسترا ، التي تحدثنا عنها في الفصل السابق يمكن تعميمها على البيانات الموجهة إلا أنها لا تعمل إذا كانت أوزان أضلاع البيانات سالبة. فمن أجل بيانات أوزان أضلاعها سالبة و لا تحوي حلقات وزنها سالب، توجد خوارزمية فعالة لحل هذه الحالات.

دعى هذه الخوارزمية بخوارزمية بيلمان–فورد التي تحل مسألة المسار الأقصر بمصدر وحيد.

ي عملية فحص واحدة، تنفذ الخوارزمية relax على كل ضلع. يكرر الفحص حوالي $n-1$ مرة. لا وجد بنى معطيات خاصة ضرورية لتنفيذ هذه الخوارزمية و البرهان يعول على حقيقة مفادها أن لمسار الأقصر هو بسيط و يحوي على الأكثر $n-1$ ضلعا.

سألة المسار الأقصر لها تطبيقات مهمة في إيجاد الحل الممكن لجملة معادلات خطية من شكل خاص تظهر في العديد من التطبيقات الواقعية: تحدد كل معادلة حدا على الفرق بين متغيرين. كل قيد نمذج بضلع في بيان موجه معرف تماما.

2. خوارزمية بيلمان–فورد

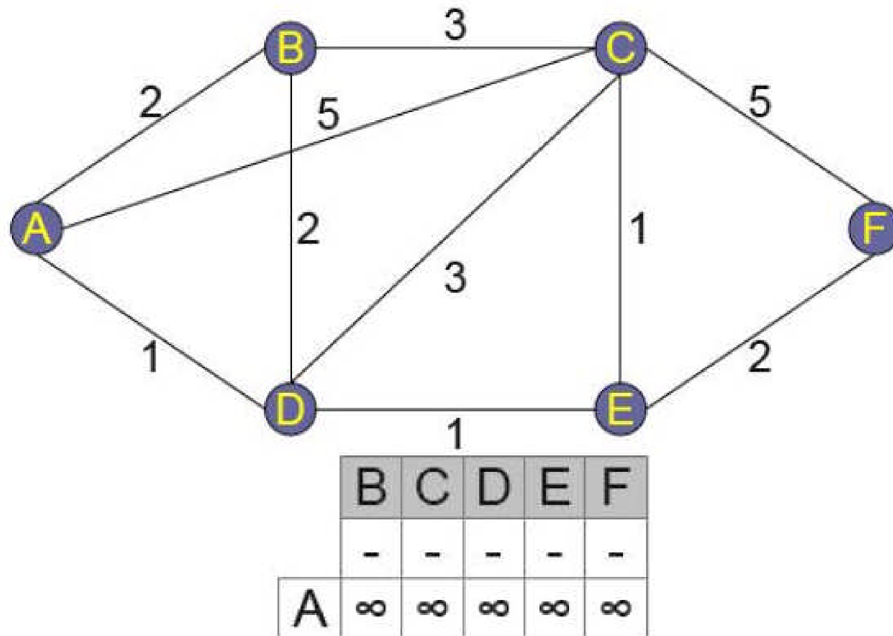
عمل خوارزمية ديكسترا جزئيا لأن المسار الأقصر من عقدة البداية s إلى أية عقدة v يجب أن يمر خلال العقد الأقرب إلى العقدة v. هذا ليس محققا عندما تكون أطوال الأضلاع سالبة. نلخص فيما يلي خوارزمية بيلمان –فورد:

Bellman-Ford algorithm ((G,s) is a network)

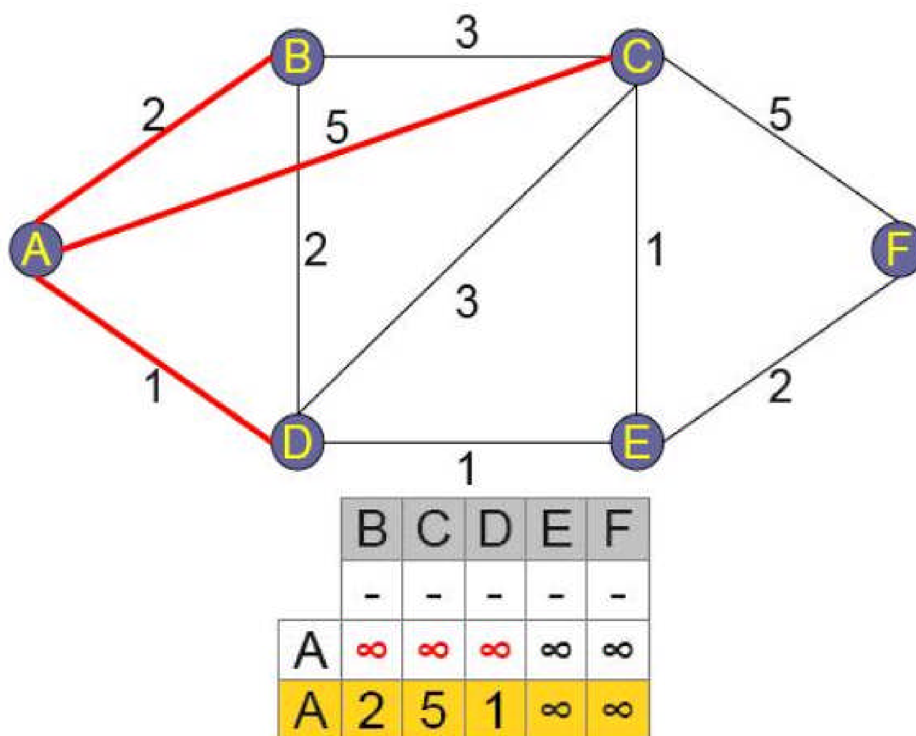
1. for each vertex $v \in V$ do
   $d[v] \leftarrow \infty$
2. $d[s] \leftarrow 0$
3. for $i \leftarrow 1$ *to* n do
   (1) relaxed $\leftarrow$ false
   (2) for each edge $(u,v) \in E$ do
      if $d[v] > d[u] + w(u,v)$ then ($\leftarrow$ Relaxation call)
         (i) $d[v] \leftarrow d[u] + w(u,v)$ ($\leftarrow$ Relaxation step)
         (ii) relaxed $\leftarrow$ true
   (3) if relaxed = false then
      exit the loop
   (4) for each edge $(u,v) \in E$ do
      if $d[v] > d[u] + w(u,v)$ then
         return false
4. return true

All Rights Reserved - Library of University of Jordan - Center of Thesis Deposit

ن توضيح عمل خوارزمية بيلمان – فورد خطوة – خطوة من خلال المثال التالي:

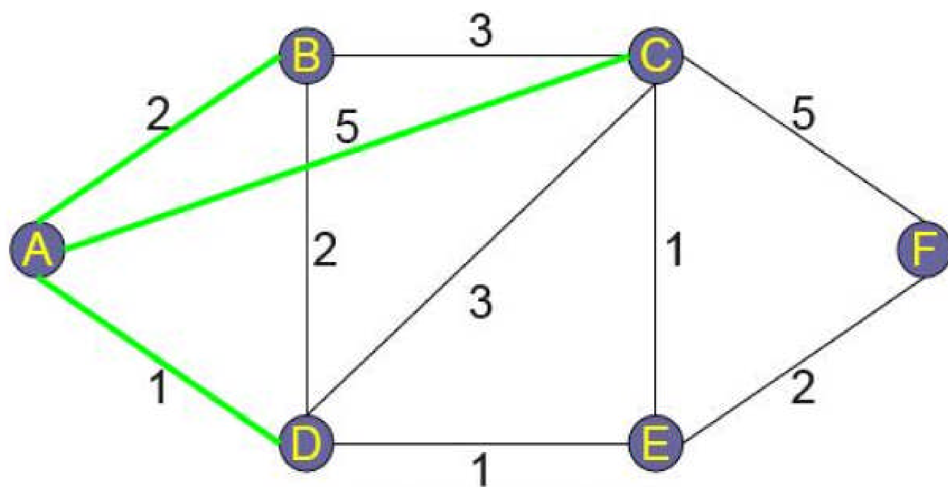


	B	C	D	E	F
	-	-	-	-	-
A	∞	∞	∞	∞	∞

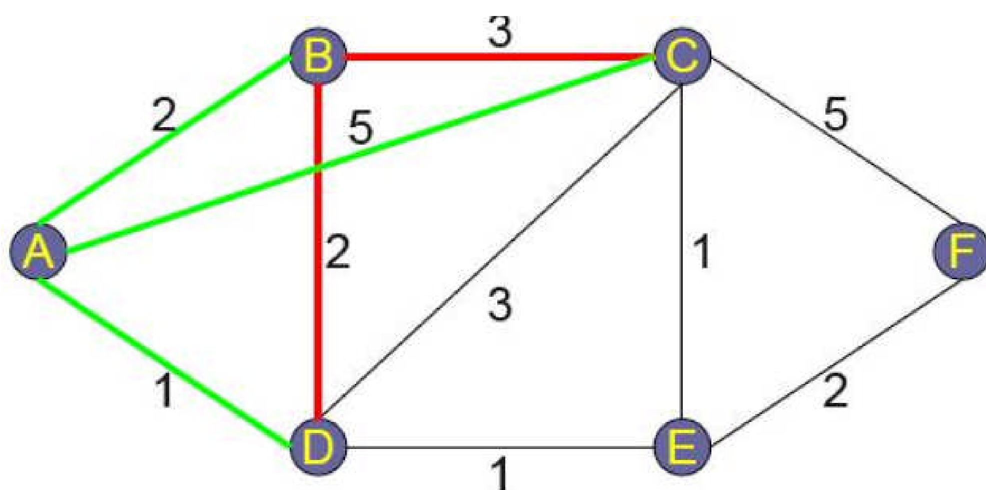


	B	C	D	E	F
	-	-	-	-	-
A	∞	∞	∞	∞	∞
A	2	5	1	∞	∞

All Rights Reserved - Library of University of Jordan - Center of Thesis Deposit

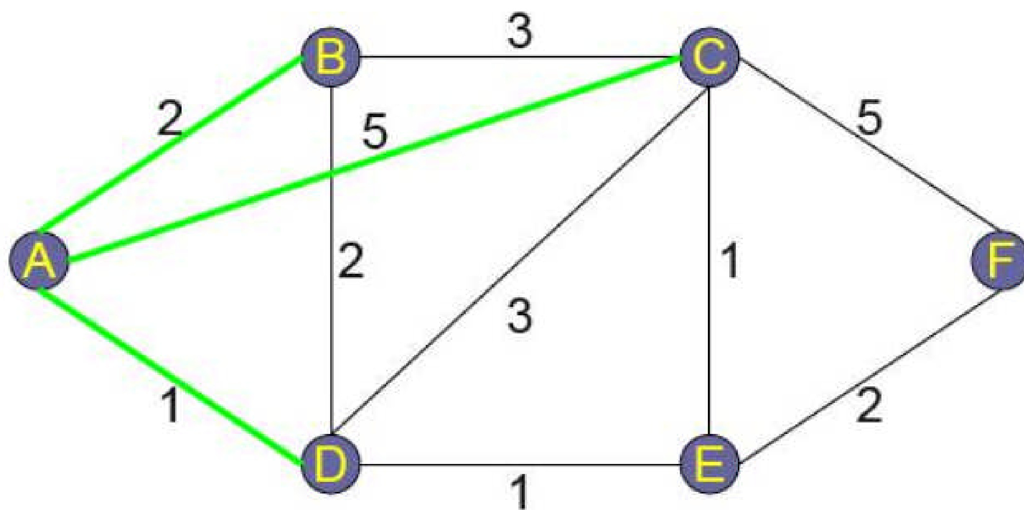


	B	C	D	E	F
	A	A	A	-	-
A	2	5	1	∞	∞

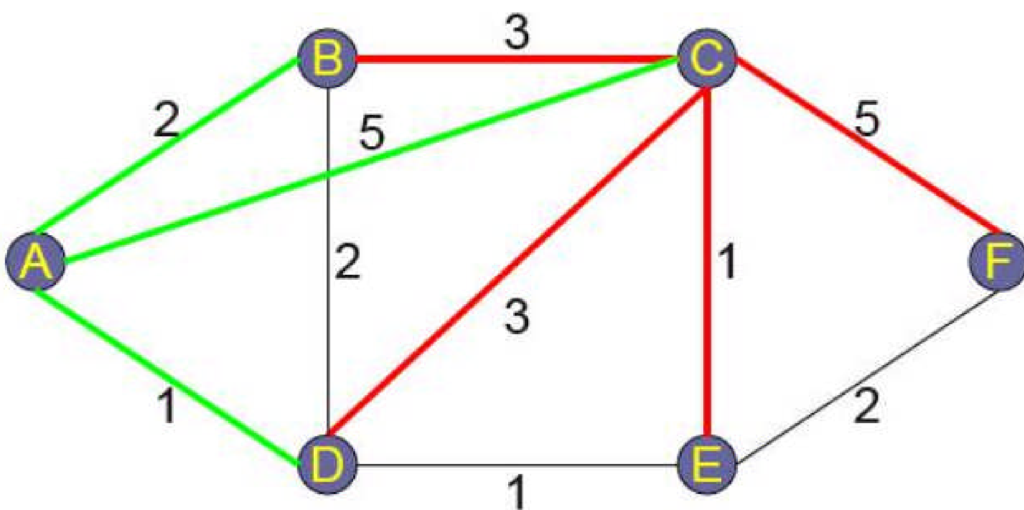


	B	C	D	E	F
	A	A	A	-	-
A	2	5	1	∞	∞
B	2	5	4	∞	∞

All Rights Reserved - Library of University of Jordan - Center of Thesis Deposit

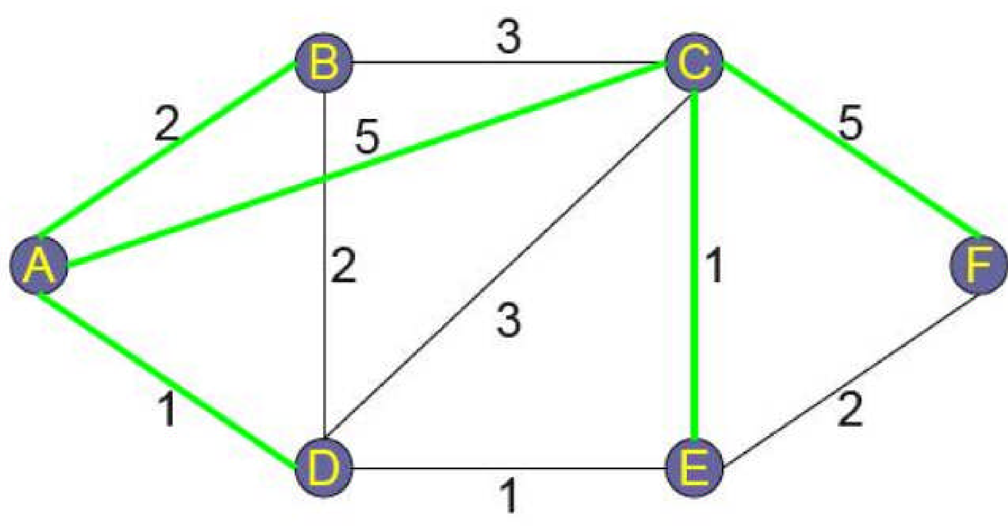


	B	C	D	E	F
	A	A	A	-	-
A	2	5	1	∞	∞

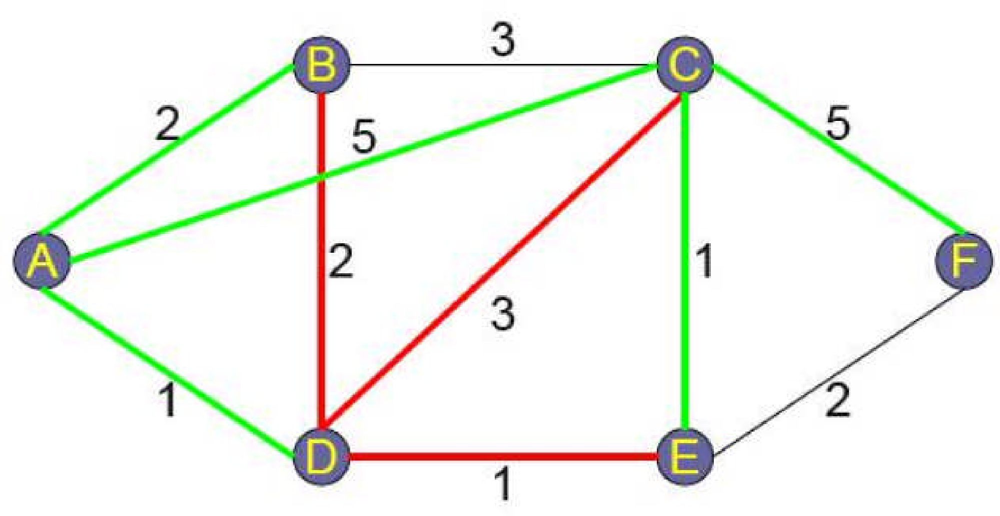


	B	C	D	E	F
	A	A	A	-	-
A	2	5	1	∞	∞
C	8	5	8	6	10

All Rights Reserved - Library of University of Jordan - Center of Thesis Deposit

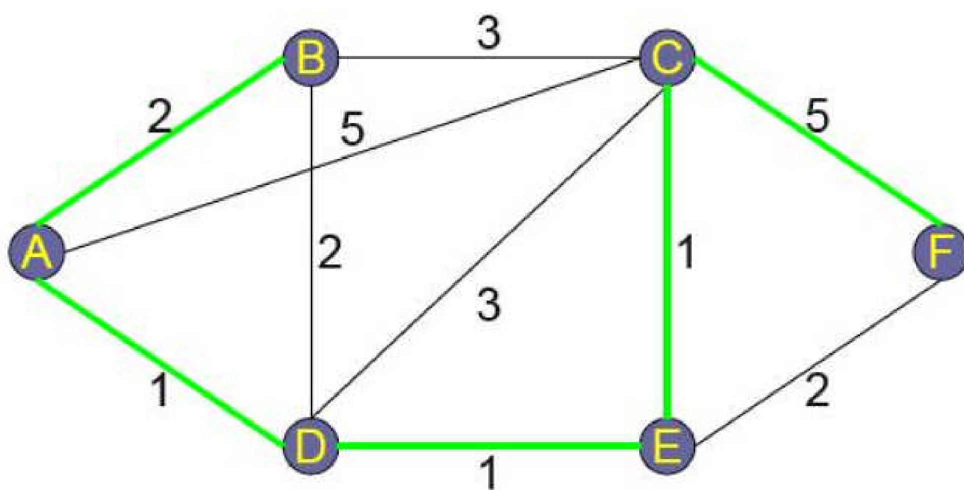


	B	C	D	E	F
	A	A	A	C	C
A	2	5	1	6	10

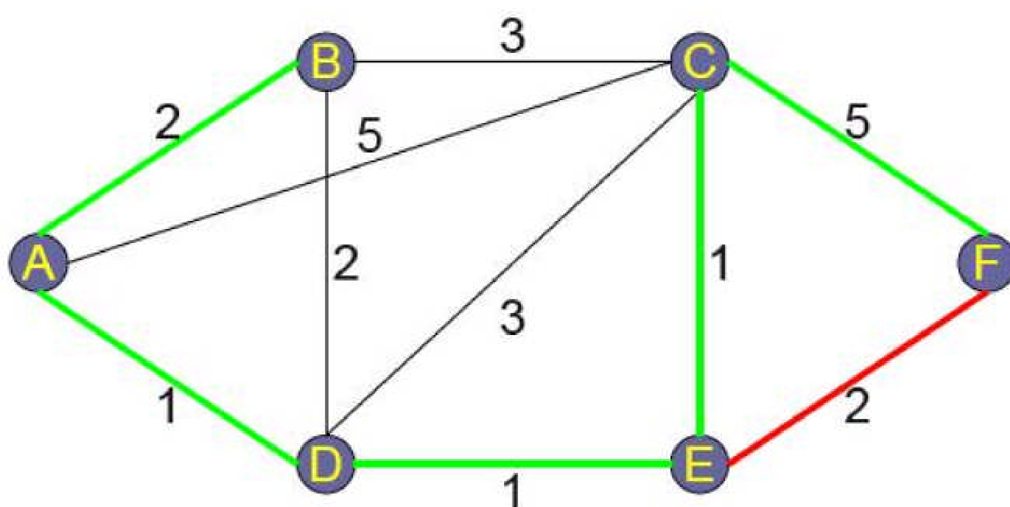


	B	C	D	E	F
	A	A	A	C	C
A	2	5	1	6	10
D	3	3	1	2	8

All Rights Reserved - Library of University of Jordan - Center of Thesis Deposit

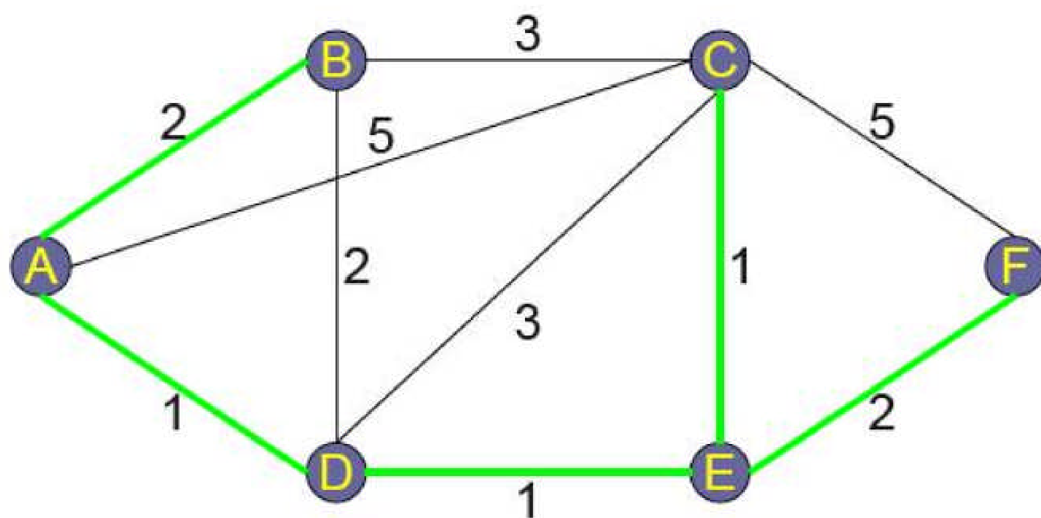


	B	C	D	E	F
	A	D	A	D	D
A	2	3	1	2	8

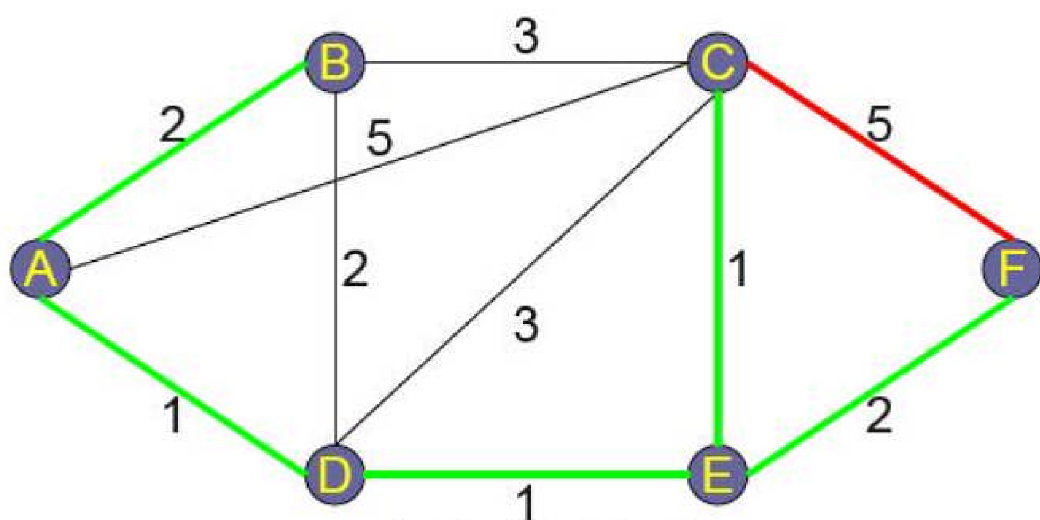


	B	C	D	E	F
	A	D	A	D	D
A	2	3	1	2	8
E	6	3	3	2	4

All Rights Reserved - Library of University of Jordan - Center of Thesis Deposit

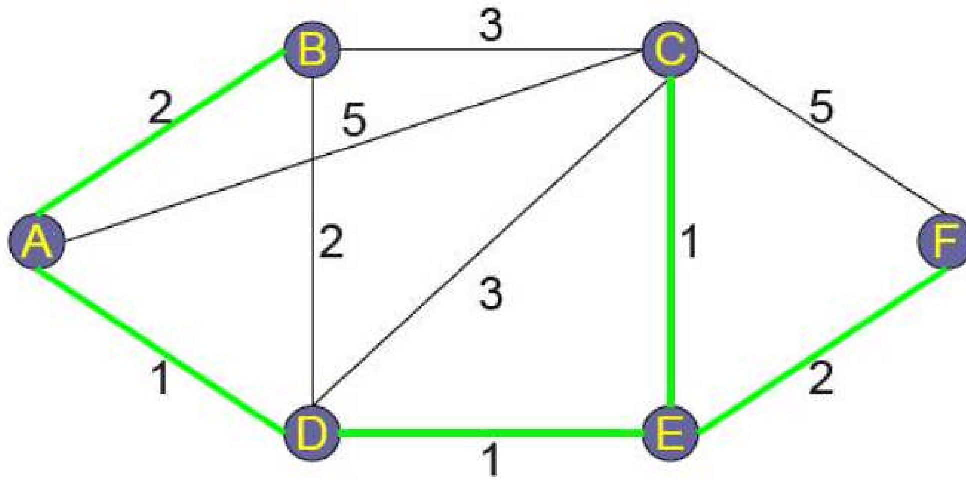


	B	C	D	E	F
	A	D	A	D	E
A	2	3	1	2	4



	B	C	D	E	F
	A	D	A	D	E
A	2	3	1	2	4
F	6	7	7	6	4

All Rights Reserved - Library of University of Jordan - Center of Thesis Deposit



	B	C	D	E	F
	A	D	A	D	E
A	2	3	1	2	4

3. تحليل خوارزمية بيلمان-فورد

يعتمد زمن تنفيذ الخوارزمية على بينية المعطيات المستخدمة لتنفيذها. اختيار بينة معطيات مناسبة يمكن أن يؤثر بشكل كبير على تصميم الخوارزميات. في عملية فحص واحدة، تنفذ الخوارزمية relax على كل ضلع. يكرر الفحص حوالي $|V|-1$ مرة. و بالتالي التعقيد الزمني لخوارزمية relax هو $O(|V|)$. أما خطوة التكرار فتنفذ $O(|E|)$. بالنتيجة يعطى تعقيد خوارزمية بيلمان-فورد بالصيغة التالية:

$$O(|V||E|)$$

أي أن تعقيد خوارزمية بيلمان – فورد يعتمد على عدد عمليات فحص الأضلاع أو عدد استدعاءات خوارزمية تعليم الأضلاع relax.

مبرهنة 1: إذا حوى البيان الموزون G حلقة وزنها سالب ، فإن خوارزمية بيلمان – فورد تعيد حلقة سالبة.

البرهان: تقوم خوارزمية بيلمان – فورد بإيجاد أطوال كل المسارات الأقصر من عقدة المصدر $s \in V$ إلى كل العقد $v \in V$ أو تعيد حلقة أوزانها سالبة.

مبرهنة 2: تعيد الخوارزمية القيمة true إذا كان البيان المعطى يحوي على مسار غير سالب واصل من عقدة المصدر s وتعطي القيمة false من جهة أخرى.

All Rights Reserved - Library of University of Jordan - Center of Thesis Deposit

البرهان: لنفرض أنه يوجد مسار غير سالب واصل من العقدة s ، عندئذ حسب المبرهنة 1 ، فإن الخوارزمية تعيد المسار الأقصر ، و $d[v]$ هو وزن المسار الأقصر من s. لنفرض أنه يوجد مسار أوزانه سالبة واصل من s هو $v_0,v_1,...,v_k$ حيث $v_0=v_k$. إن قيمة المسار الواصل من s هو $d[v_i]$ و يعطى بالعلاقة:

$$\sum_{i=1}^{k} d[v_{i-1}] = \sum_{i=1}^{k} d[v_i]$$

و $\sum_{i=1}^{k} w(v_{i-1},v_i) < 0$. وهكذا:

$$\sum_{i=1}^{k} d[v_i] > \sum_{i=1}^{k} d[v_{i-1}] + \sum_{i=1}^{k} w(v_{i-1},v_i)$$

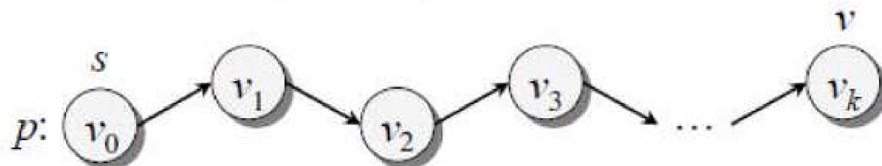
لهذا يجب أن يكون عند العقدة i ما يلي:

$$d[v_i] > d[v_{i-1}] + w(v_{i-1},v_i)$$

والخوارزمية تعيد القيمة false .

مبرهنة 3: إذا حوى البيان G أوزانا غير سالبة ، فإنه بعد تنفيذات خوارزمية بيلمان – فورد ما يلي $d[v]=\delta[s,v]$ من أجل كل العقد $v\in V$.

البرهان: لتكن $v\in V$ أي عقدة من البيان G ، و لنفرض أن P هو المسار الأقصر من من عقدة المصدر $s\in V$ إلى العقدة $v\in V$ s بعدد أصغري من الأضلاع .



بما أن P هو المسار الأقصر ، فإنه يكون:

$$\delta(s,v_i) = \delta(s,v_{i-1}) + w(v_{i-1},v_i)$$

4. تعديلات خوارزمية بيلمان – فورد

بما أنه لا توجد بنى معطيات خاصة ضرورية لتنفيذ هذه الخوارزمية و بما أن البرهان يعول على حقيقة مفادها أن المسار الأقصر هو بسيط و يحوي على الأكثر $n-1$ ضلعا ، فإننا في الفصل الخامس أجرينا التنفيذات الحاسوبية لهذه الخوارزمية في جميع مسائل الاختبار مع بنى معطيات هي المتجهات و المؤشرات لمعرفة أداءها مقارنة مع بقية الخوارزميات المدروسة.

و لمزيد من التفاصيل حول مضمون هذا الفصل يمكن الاطلاع على المراجع [17-19].

All Rights Reserved - Library of University of Jordan - Center of Thesis Deposit



خوارزمية فلويد – وارشال و تعديلاتها

(*Floyd – Warshal's Algorithm and its Variants*)

الملخص

بما أن زمن تنفيذ الخوارزمية يعتمد على بنية المعطيات المستخدمة لتنفيذ بنية المعطيات في الخوارزمية المدروسة في هذا الفصل، فإن اختيار بنية معطيات مناسبة يمكن أن يؤثر بشكل كبير على تصميم الخوارزميات الفعالة.

قدمنا في هذا الفصل أحد أهم خوارزميات حل مسألة المسار الأقصر في البيانات الموزونة. إنها خوارزمية فلويد – وارشال. أجرينا تعديلات على هذه الخوارزمية بتنفيذ الخوارزمية التقليدية مع بنى معطيات مختلفة أطلقنا على الخوارزميات الناتجة التسميات التالية:

- **خوارزمية فلويد– وارشال 1**: تتضمن تنفيذ خوارزمية فلويد–وارشال التقليدية مع بنية المعطيات الصفوف و المؤشرات.
- **خوارزمية فلويد– وارشال 2**: تتضمن تنفيذ خوارزمية فلويد–وارشال التقليدية مع بنية المعطيات المتجهات.
- **خوارزمية فلويد– وارشال 3**: تتضمن تنفيذ خوارزمية فلويد–وارشال التقليدية مع بنية المعطيات المتجهات و المؤشرات.

All Rights Reserved - Library of University of Jordan - Center of Thesis Deposit

1. مقدمة

تعرف خوارزمية وارشال-فلويد في علم الكمبيوتر باسم **WFI** أو **Roy-Floyd** و هي خوارزمية تحليل بياني لإيجاد المسارات الأقصر في البيان الموجه الموزون. علاوة على ذلك، اكتشف هذه الخوارزمية **Robert-Floyd** عام 1962. كما أوجدها أيضا **Bernard-Roy** عام 1959و أخيرا أوجدها **Stephen-Warshall** عام 1962. إلا أن الشائع في جميع المراجع هو ما يعرف بخوارزمية وارشال-فلويد.

تستخدم هذه الخوارزمية لحل مسألة جميع أزواج المسارات الأقصر في بيان موجه موزون. تحسب الخوارزمية مصفوفة مسافة و لتكن D و مصفوفة المسار $pred$ كما سنرى فيما بعد. يحوي العنصر $d[u,v]$ كلفة المسار الأقصر بين العقدتين u و v. بينما يمثل العنصر $pred[u,v]$ العقدة k و التي تمثل السلف للعقدة v. حالما نحسب المصفوفتين D و P ، فإن الكلفة الصغرى بين العقدتين هو زمن ثابت و حساب المسار بكلفة أقل هو $\Theta(V)$.

2. خوارزمية وارشال-فلويد

لنفرض أن البيان الموزون G يمثل بمصفوفة مربعة $A=(a_{ij})$ من المرتبة n تعطى بدلالة أوزان أضلاع البيان G كما يلي:

$$a_{ij}=\begin{cases}0 & \text{if } i=j\\ w(i,j) & \text{if } i\neq j \text{ and } (i,j)\in E\\ \infty & \text{if } i\neq j \text{ and } (i,j)\notin E\end{cases}$$

حيث $w(i,j)\geq 0$ هو وزن الضلع (i,j).

لتكن $D=(d_{ij})$ مصفوفة مربعة من المرتبة n حيث d_{ij} هي المسافة من العقدة i إلى العقدة j. عندئذ لدينا التعاريف التالية:

تعريف 1. العقد المتوسطة (intermediate vertices): ليكن $P: v_1\to v_2\to v_3\to\ldots\to v_{l-1}\to v_l$ مسارا من العقدة v_1 إلى العقدة v_2. نقول عن العقد $v_2,v_3,\ldots,v_{l-1}$ إنها عقد متوسطة للمسار P.

ليكن $d_{ij}^{(k)}$ طول المسار الأقصر من i إلى العقدة j بحيث أن أي عقد متوسطة على المسار (إن كانت موجودة) يتم اختيارها من المجموعة $\{1,2,\ldots,k\}$. يعرف $d_{ij}^{(0)}$ على أنه a_{ij} ، أي أنه لا توجد عقد متوسطة.

لتكن $D^{(k)}=\left(d_{ij}^{(k)}\right)$ مصفوفة مربعة من المرتبة n. $d_{ij}^{(n)}$ هي المسافة من العقدة i إلى العقدة j.

هدفنا هنا هو حساب $D^{(n)}$ انطلاقا من حساب $D^{(k)}$, $k=0,1,2,\ldots,n$.

من أجل مسار أقصر P من العقدة i إلى العقدة j بحيث أنه يتم اختيار أية عقد متوسطة على المسار (إن كانت موجودة) من المجموعة $\{1,2,\ldots,k\}$ لدينا الاحتمالين التاليين:

All Rights Reserved - Library of University of Jordan - Center of Thesis Deposit

❶ **الاحتمال الأول:** العقدة k ليست واقعة على المسار P. في هذه الحالة المسار الأقصر يملك الطول $d_{ij}^{(k-1)}$

❶ **الاحتمال الثاني:** العقدة k واقعة على المسار P. في هذه الحالة المسار الأقصر يملك الطول $d_{ik}^{(k-1)} + d_{kj}^{(k-1)}$.

ليكن P مسارا أقصر من العقدة i إلى العقدة j يحوي العقدة k. يتألف المسار P من مسار جزئي من العقدة i إلى العقدة k و مسار جزئي من العقدة k إلى العقدة j . كل مسار جزئي من هذين المسارين يحوي فقط عقد متوسطة في المجموعة $\{1,2,..,k-1\}$ و يجب أن يكون قصيرا قدر الإمكان ، أي $d_{kj}^{(k-1)}$ & $d_{ik}^{(k-1)}$. و هكذا يملك المسار P الطول $d_{ik}^{(k-1)} + d_{kj}^{(k-1)}$.

بدمج الحالتين معا نحصل على:

$$d_{ik}^{(k)} = \min\left\{d_{ij}^{(k-1)}, d_{ik}^{(k-1)} + d_{kj}^{(k-1)}\right\} \quad (1)$$

و هكذا يمكن حساب $D^{(k)}$ من $D^{(k-1)}$ باستخدام العلاقة (1) حيث $D^{(0)} = (a_{ij})$ من أجل $k = 1,2,...,n$. مما سبق يمكننا تلخيص خوارزمية وارشال-فلويد كما يلي:

```
Floyd-Warshall algorithm (A,n)
1. for i = 1 to n do
     for j = 1 to n do
        (i) d[i,j] = a[i,j]
        (ii) pred[i,j] = nil
2. for k = 1 to n do
     for i = 1 to n do
        for j = 1 to n do
          if d[i,k] + d[k,j] < d[i,j]
             (1) d[i,j] = d[i,k] + d[k,j]
             (2) pred[i,j] = k
3. return d[1..n,1..n]
```

❶ **خوارزمية استخراج المسار الأقصر**

يمكن استخدام المصفوفة $pred[i,j]$ لإيجاد المسار النهائي. يمكن تلخيص هذه الفكرة كما يلي:

حالما نجد المسار الأقصر من العقدة i إلى العقدة j الذي يمر من العقدة المتوسطة k ، فإننا نضع

$$pred[i,j] = k$$

إذا لم يمر المسار الأقصر من أية عقدة متوسطة ، فإن $pred[i,j] = nil$. لإيجاد المسار الأقصر من العقدة i إلى العقدة j نستخدم $pred[i,j]$. إذا كان $pred[i,j] = nil$ ، فإن المسار

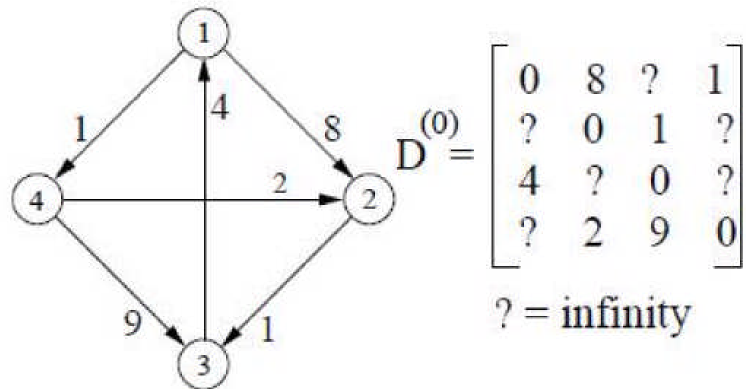
All Rights Reserved - Library of University of Jordan - Center of Thesis Deposit

الأقصر هو تماما الضلع (i,j). خلاف ذلك، نحسب بشكل عودي المسار الأقصر من $pred[i,j]$ إلى j. مما سبق نلخص خوارزمية استخراج المسار الأقصر كما يلي:

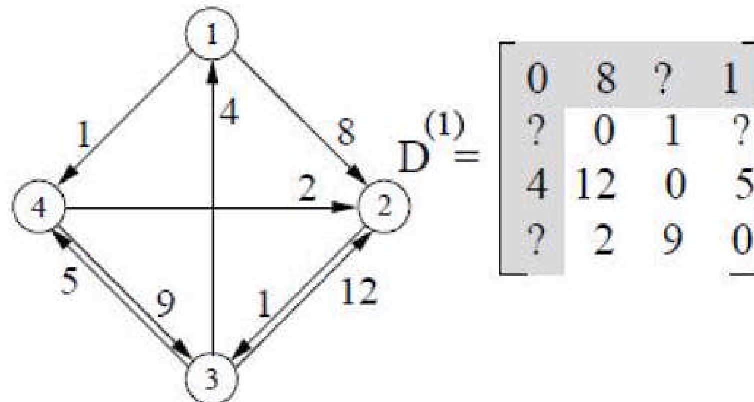
```
Path(i, j)
   if (pred[i, j] = nil)   single edge
      print(i, j)
   else                    compute the tow parts of the path
         Path(i, pred[i, j])
         Path(pred[i, j], j)
```

نقدم فيما يلي مثالا يوضح كيف نحسب جميع أزواج المسارات الأقصر بين عقد بيان موزون:

الخطوة 1

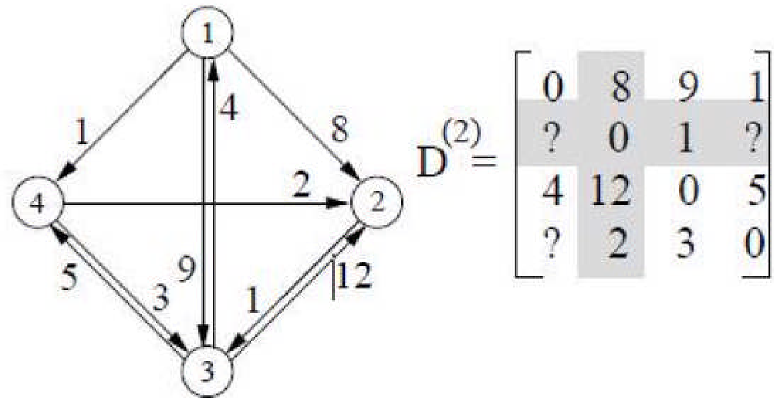


الخطوة 2

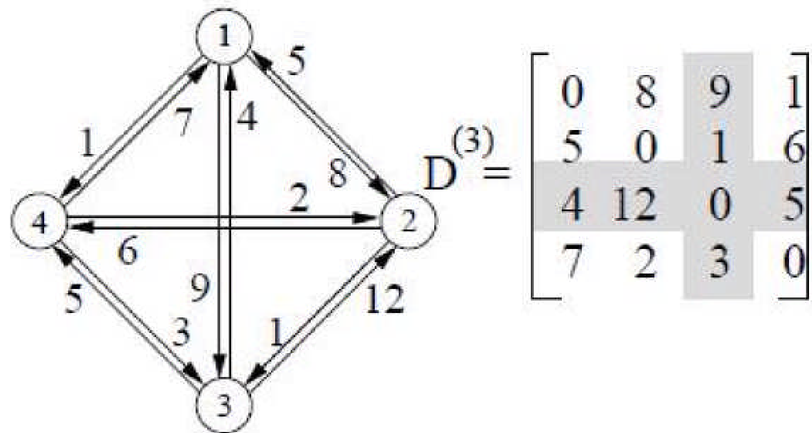


All Rights Reserved - Library of University of Jordan - Center of Thesis Deposit

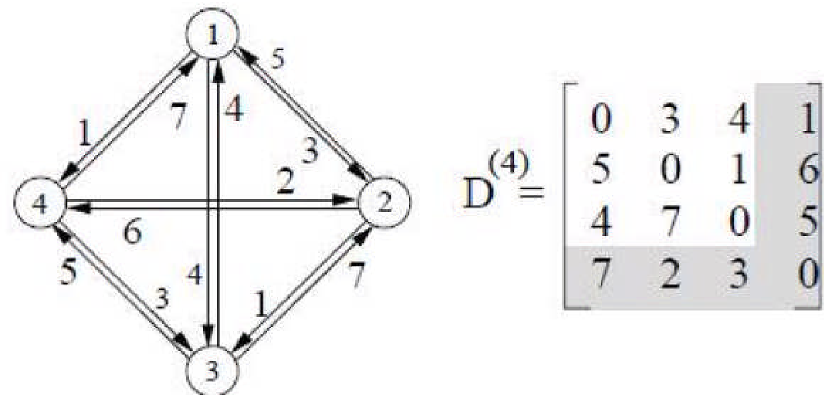
الخطوة 3



الخطوة 4



الخطوة 5



All Rights Reserved - Library of University of Jordan - Center of Thesis Deposit

3. تحليل خوارزمية وارشال–فلويد

يعتمد زمن تنفيذ الخوارزمية على بينية المعطيات المستخدمة لتنفيذها. اختيار بينة معطيــات مناســبة يمكن أن يؤثر بشكل كبير على تصميم الخوارزميات.

بما أن كل حلقة في الخوارزمية تتطلب زمنا لحسابها هو $O(n)$. بالنتيجة يعطى تعقيــد خوارزميــة وارشال–فلويد بالصيغة:

$$O(n^3)$$

أي أن تعقيد خوارزمية وارشال–فلويد يعتمد على عدد عقد البيان المدروس.

و لمزيد من التفاصيل حول مضمون هذا الفصل يمكن الاطلاع على المراجع [35-20].

4. تعديلات خوارزمية وارشال–فلويد

نصف في هذه الفقرة بعض التعديلات التي أجريناها على خوارزمية وارشال–فلويد لحل المسألة التي هي موضوع الرسالة.

بما أن زمن تنفيذ الخوارزمية يعتمد على بنية المعطيات المــستخدمة لتنفيــذ بنيــة المعطيــات فــي خوارزمية وارشال–فلويد التقليدية المدروسة في هذا الفصل، فإن اختيار بنية معطيات مناسبة يمكــن أن يؤثر بشكل كبير على تصميم خوارزميات فعالة. لهذا السبب حاولنا تنفيذ خوارزميــة وارشــال–فلويد مع بنى معطيات مختلفة على بيانات موزونة كثيرة الأصفار لمعرفة أداء كل منها. تشمل هــذه الخوارزميات ما يلي:

❶ **خوارزمية وارشال–فلويد 1: و هي تعــديل خوارزميـــة وارشـــال–فلويـــد التقليديـــة الموصوفة أعلاه مع بنية المعطيات الصفوف و المؤشرات .**

❶ **خوارزمية وارشال–فلويد 2: و هي تعــديل خوارزميـــة وارشـــال–فلويـــد التقليديـــة الموصوفة أعلاه مع بنية المعطيات المتجهات.**

❶ **خوارزمية وارشال–فلويد 3: و هي تعــديل خوارزميـــة وارشـــال–فلويـــد التقليديـــة الموصوفة أعلاه مع بنية المعطيات المتجهات و المؤشرات.**

All Rights Reserved - Library of University of Jordan - Center of Thesis Deposit

الفصل الخامس

نتائج المحاكاة الحاسوبية

الملخص

كرسنا اهتمامنا في هذا الفصل على إجراء عدد كبير جدا من التجارب العددية تمثلت في تنفيذ جميع الخوارزميات المدروسة و المطورة: خوارزميات ديكسترا 1-4 و خوارزمية فورد - بيلمان و خوارزمية فلويد 1-3 لإيجاد المسار الأقصر في بيانات مسائل الاختبار التي حصلنا عليها عشوائيا وفق مولدات لغة البرمجة C++ 4.5. دونا نتائج المحاكاة الحاسوبية الناتجة من تطبيق الخوارزميات المذكورة أعلاه على البيانات المولدة عشوائيا لإيجاد المسار الأقصر في جداول و وضحناها بيانيا في أشكال حصلنا عليها باستخدام لغة البرمجة **MATLAB 8**. تتضمن الجداول عدد عقد و أضلاع البيانات المدروسة و البنية الصفرية للبيان الموافق لكل حالة اختبار إضافة إلى زمن التنفيذ الناتج من تطبيق الخوارزمية المدروسة مأخوذا بالثواني للحصول على المسار الأقصر في البيانات الموافقة. أخيرا، بينا البنية الصفرية للبيانات المولدة عشوائيا التي تتراوح بين 60% و 97% و ذلك بهدف إعطاء تبصر واضح عن أداء الخوارزميات المدروسة بغية معرفة أفضل هذه الخوارزميات أداء.

All Rights Reserved - Library of University of Jordan - Center of Thesis Deposit

1. مقدمة

نفذنا جميع الطرائق المدروسة والمطورة: خوارزميات ديكسترا 1-4 و خوارزمية فورد - بيلمان و خوارزميات فلويد 1-3 المحددة في هذه الرسالة بلغة C++ 4.5 على حاسوب بنتيوم 4 بمعالج **Athlom 3500** و بذاكرة **RAM 512 DDR**. بنية معطيات مصفوفة أوزان البيانات المدروسة في التنفيذات الواقعية للخوارزميات المدروسة مختلفة كما رأينا في الفصول السابقة. أجرينا مقارناتنا الرئيسية لجميع الطرائق المذكورة على 128 مسألة اختبار من حجوم مختلفة ولدناها عشوائيا.

دونا نتائج المحاكاة الحاسوبية الناتجة من تطبيق الخوارزميات المدروسة على البيانات المولدة عشوائيا لإيجاد المسار الأقصر في جداول و وضحناها بيانيا في أشكال حصلنا عليها باستخدام لغة البرمجة **MATLAB 8** على نفس مواصفات الحاسوب المذكور أعلاه.

يمثل العمود الأول في كل جدول عدد العقد في البيان الموزون G المولد عشوائيا ، بينما يمثل العمود الثاني عدد أضلاع البيان G. و أخيرا، يعطي العمود الثالث البنية الصفرية للبيان G المدروس في كل من المسائل المدروسة. تبين الأعمدة الأخيرة من جميع الجداول زمن التنفيذ الموافق للطريقة المتبعة مأخوذا بالثواني للحصول على المسار الأقصر في البيانات الموافقة. قبل أن نبدأ بعرض نتائج تنفيذ كل خوارزمية من الخوارزميات المدروسة لابد من الإشارة هنا أن البنية الصفرية للبيانات المولدة عشوائيا تتراوح ما بين 60% و 99% و ذلك بهدف إعطاء تبصر واضح عن أداء الخوارزميات المدروسة بغية معرفة أفضل هذه الخوارزميات أداء. نعرض فيما يلي نتائج تنفيذ الخوارزميات المدروسة للبيانات المولدة عشوائيا وفقا لتدرج البنية الصفرية للبيانات المدروسة.

2. نتائج محاكاة عددية

نقدم في هذه الفقرة العديد من الأمثلة العددية لتوضيح بعض القضايا النظرية التي وردت في الفصول السابقة وللوقوف على حقيقة أداء كل خوارزمية كما سيتضح من خلال المناقشة.

يتضمن هذا الفصل مجموعتين من مسائل الاختبار هي كما يلي:

(I) المجموعة الأولى:

تتضمن هذه المجموعة 64 مسألة اختبار لإجراء مقارنة بين الخوارزميات المدروسة تتضمن:

البنية الصفرية للبيانات المدروسة تتراوح بين 60% و 85%.

(1). نتائج تنفيذ خوارزميات ديكسترا 1-4 :

ندون فيا يلي النتائج الحاصلة من تطبيق خوارزميات ديكسترا الأربعة على مسائل الاختبار المدروسة في الجدول 1 و نوضحها بيانيا في الأشكال 1-8.

All Rights Reserved - Library of University of Jordan - Center of Thesis Deposit

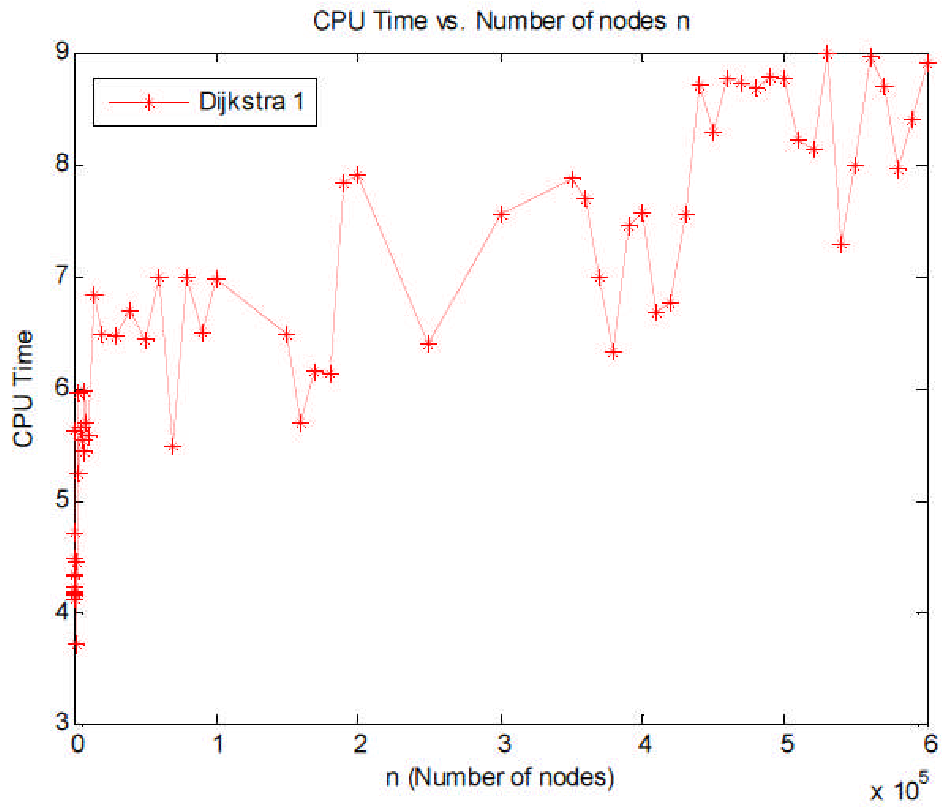
الجدول 1. زمن تنفيذ (CPU Time) خوارزميات ديكسترا 1 – 4 مأخوذا بالثواني من أجل قيم مختلفة لعدد عقد و عدد أضلاع البيانات المدروسة.

Number of nodes	Number of edges	Sparsity	CPU Time (second)			
			ديكسترا 1	ديكسترا 2	ديكسترا 3	ديكسترا 4
100	4000	60%	4.175	4.255	4.915	3.745
200	16000	60%	4.716	4.609	4.918	3.158
300	35100	61%	4.191	4.237	3.321	3.241
400	60800	62%	4.150	4.710	4.734	2.514
500	87500	65%	5.617	4.153	2.325	2.147
600	140400	61%	4.319	4.221	4.573	3.405
700	196000	60%	4.115	4.565	3.546	3.216
800	256000	60%	4.475	5.943	3.390	3.194
900	299700	63%	4.214	5.646	4.687	2.187
1000	340000	66%	4.348	5.681	4.984	3.014
1500	787500	65%	4.456	4.014	4.296	3.226
2000	1600000	60%	3.703	4.244	4.062	4.022
3000	3510000	61%	5.956	4.390	4.625	3.225
4000	5440000	66%	5.245	5.656	4.812	3.102
5000	8250000	67%	5.640	5.105	4.502	4.262
6000	11160000	69%	5.543	4.203	4.974	3.904
7000	16660000	66%	5.422	4.606	5.656	3.647
8000	21120000	67%	5.975	4.493	5.015	4.445
9000	29970000	63%	5.687	4.923	3.609	4.149
10000	39000000	61%	5.578	4.486	5.778	4.248
15000	67500000	70%	6.840	3.166	4.502	3.582
20000	120000000	70%	6.478	3.359	5.159	3.109
30000	252000000	72%	6.468	3.165	6.859	4.809
40000	432000000	73%	6.687	4.140	5.515	4.185
50000	725000000	71%	6.434	5.146	6.406	5.426
60000	900000000	75%	6.987	5.531	6.930	5.901
70000	1176000000	76%	5.475	4.015	5.345	5.325
80000	1664000000	74%	6.984	4.873	6.840	5.859
90000	2349000000	71%	6.493	5.468	5.234	5.204
100000	2700000000	73%	6.975	6.812	5.714	5.704
150000	5400000000	76%	6.487	5.503	6.109	5.109
160000	5888000000	77%	5.688	5.609	6.012	6.032
170000	6069000000	79%	6.156	6.875	5.046	6.536
180000	8100000000	75%	6.131	6.407	6.778	6.618
190000	7942000000	78%	7.828	7.406	6.765	5.165
200000	9200000000	77%	7.898	7.562	7.447	6.427

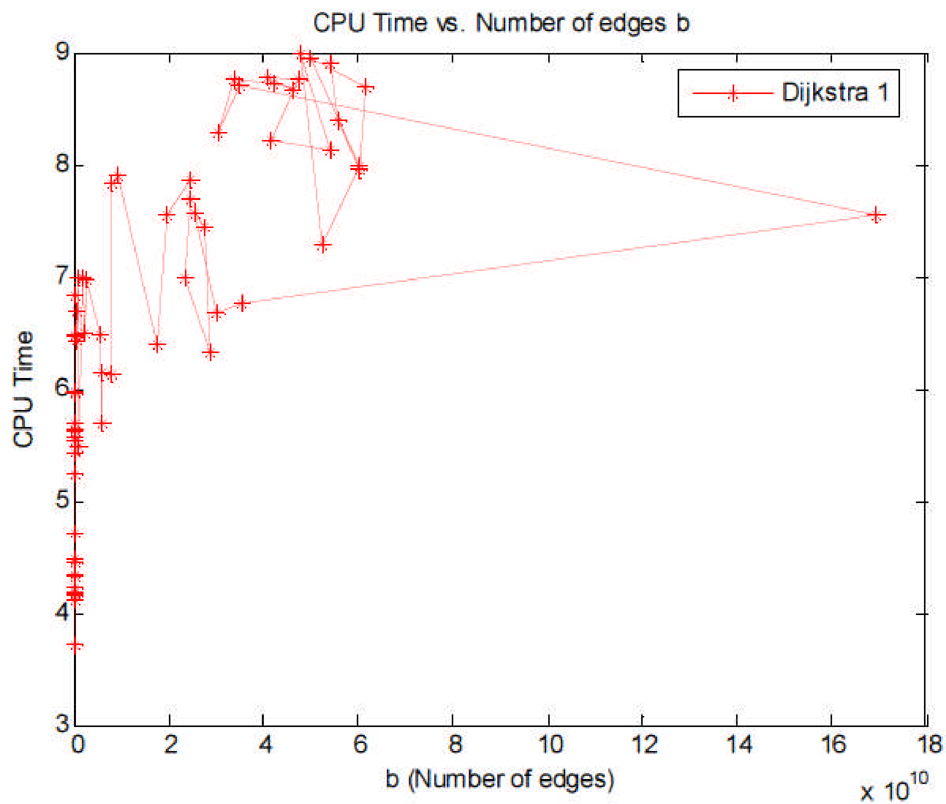
All Rights Reserved - Library of University of Jordan - Center of Thesis Deposit

250000	17500000000	72%	6.389	6.406	6.312	5.302
300000	19800000000	78%	7.546	7.484	7.315	7.315
350000	24500000000	80%	7.868	7.205	7.743	6.753
360000	24624000000	81%	7.687	7.914	8.786	5.716
370000	23273000000	83%	6.987	8.093	6.410	5.820
380000	28880000000	80%	6.328	7.890	7.418	5.318
390000	27378000000	82%	7.452	7.215	7.678	6.778
400000	25600000000	84%	7.571	7.296	7.181	6.741
410000	30258000000	82%	6.679	7.215	6.311	5.301
420000	35280000000	80%	6.756	5.984	7.671	7.671
430000	169553300000	83%	7.546	6.159	7.403	6.353
440000	34848000000	82%	8.712	5.765	7.212	6.812
450000	30375000000	85%	8.296	5.546	8.305	7.315
460000	33856000000	84%	8.756	6.473	8.101	6.171
470000	41971000000	81%	8.734	7.151	7.462	5.162
480000	46080000000	80%	8.671	5.131	8.640	7.064
490000	40817000000	83%	8.780	6.562	7.302	6.124
500000	47500000000	81%	8.756	6.796	7.515	5.421
510000	41616000000	84%	8.215	7.193	6.763	7.569
520000	54080000000	80%	8.132	5.531	7.796	7.875
530000	47753000000	83%	8.998	5.328	6.818	6.120
540000	52488000000	82%	7.291	7.265	7.708	7.461
550000	60500000000	80%	7.987	8.643	7.278	6.351
560000	50176000000	84%	8.952	8.514	8.781	7.654
570000	61731000000	81%	8.692	8.215	8.351	7.121
580000	60552000000	82%	7.963	7.614	7.671	6.015
590000	55696000000	84%	8.397	6.128	7.453	6.674
600000	54000000000	85%	8.901	8.805	7.812	6.154

All Rights Reserved - Library of University of Jordan - Center of Thesis Deposit

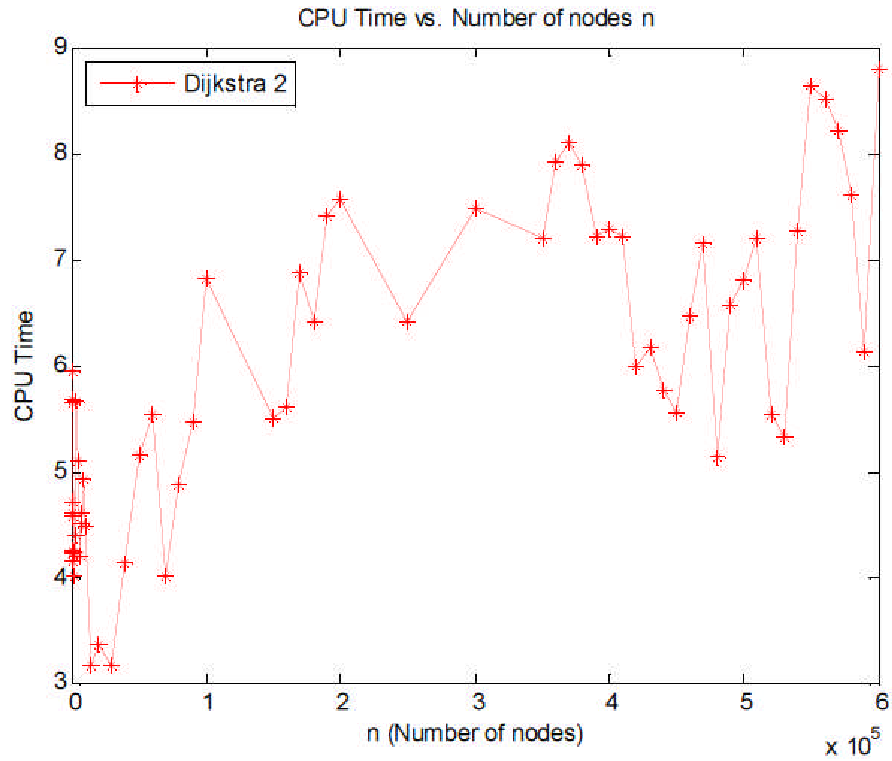


الشكل 1. أزمنة تنفيذ خوارزمية ديكسترا 1 من أجل قيم مختلفة لعدد العقد n.

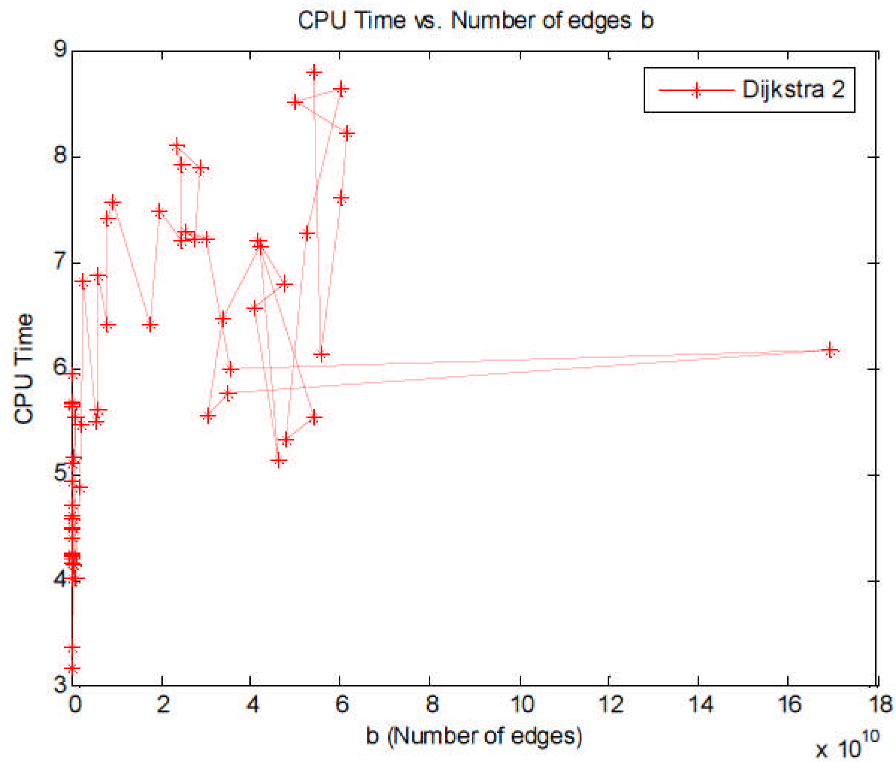


الشكل 2. أزمنة تنفيذ خوارزمية ديكسترا 1 من أجل قيم مختلفة لعدد الأضلاع b.

All Rights Reserved - Library of University of Jordan - Center of Thesis Deposit

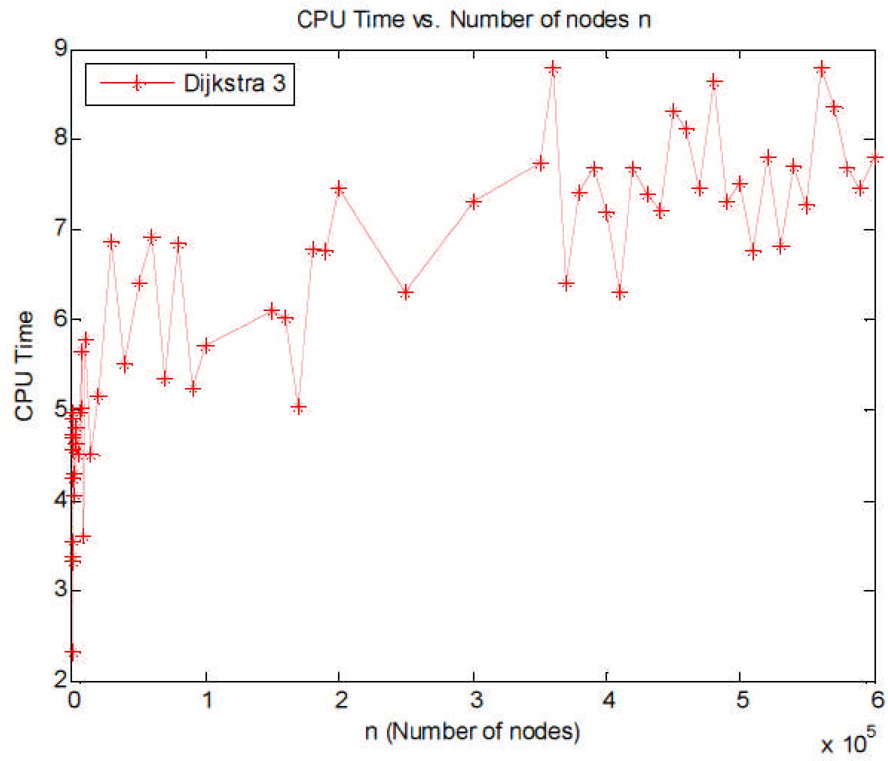


الشكل 3. أزمنة تنفيذ خوارزمية ديكسترا 2 من أجل قيم مختلفة لعدد العقد n.

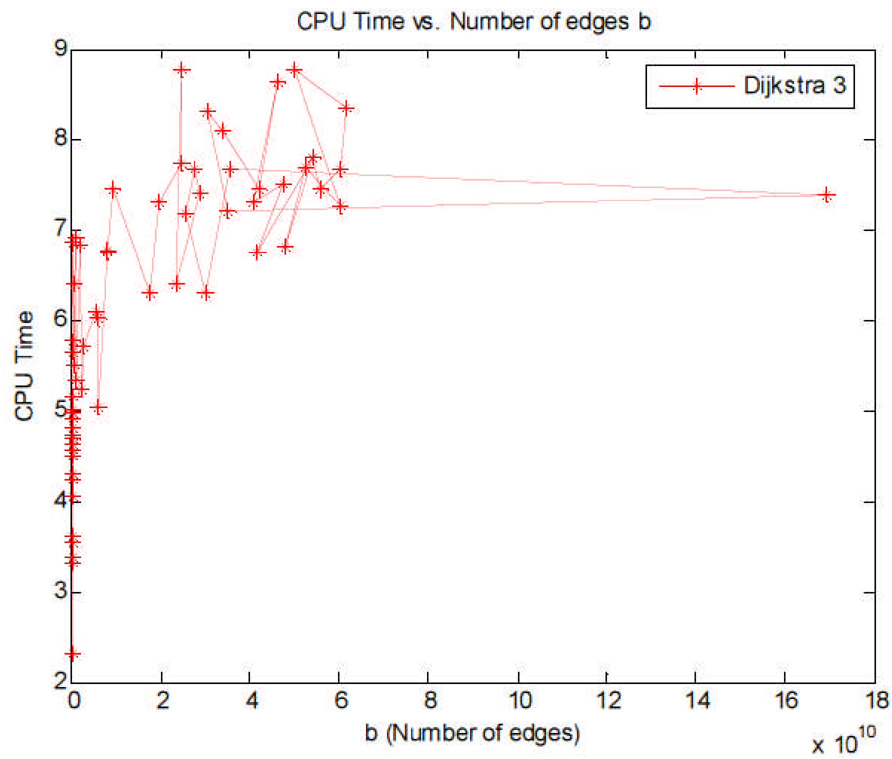


الشكل 4. أزمنة تنفيذ خوارزمية ديكسترا 2 من أجل قيم مختلفة لعدد الأضلاع b.

All Rights Reserved - Library of University of Jordan - Center of Thesis Deposit

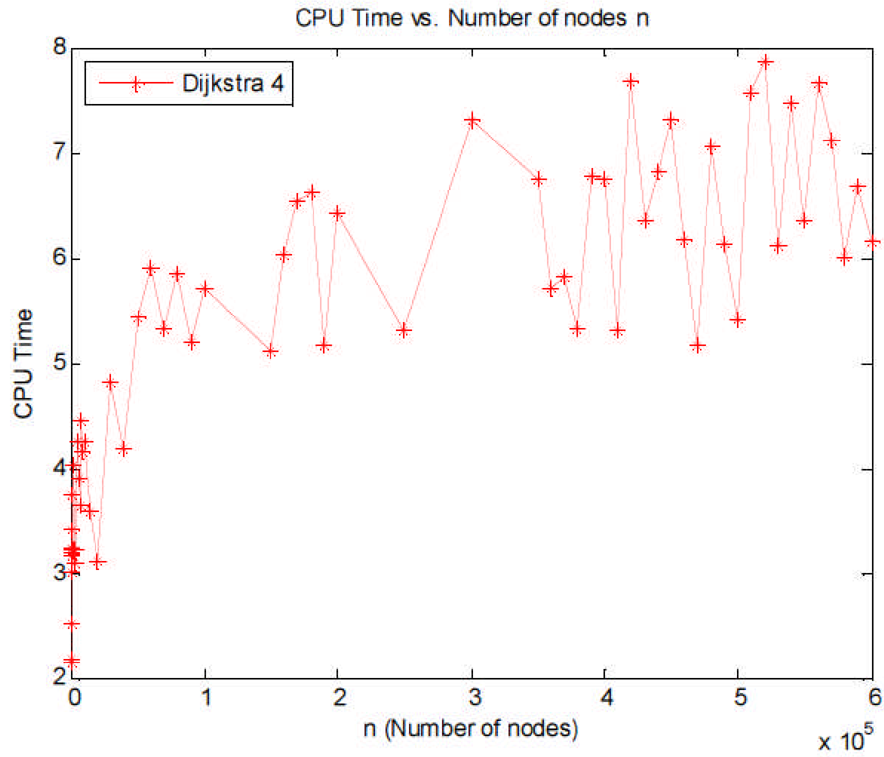


الشكل 5. أزمنة تنفيذ خوارزمية ديكسترا 3 من أجل قيم مختلفة لعدد العقد n.

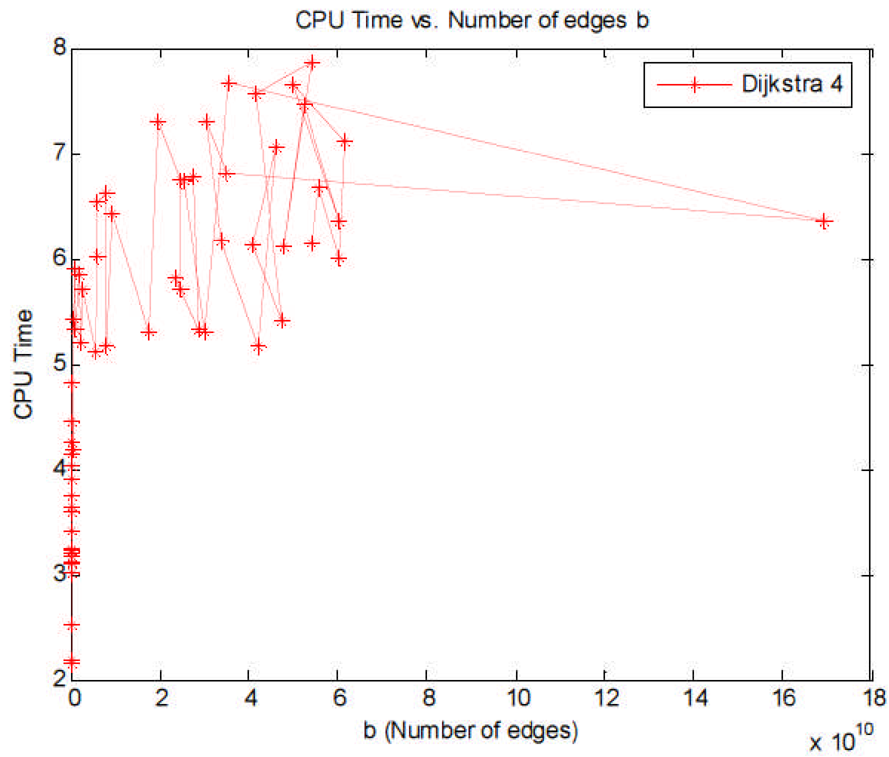


الشكل 6. أزمنة تنفيذ خوارزمية ديكسترا 3 من أجل قيم مختلفة لعدد الأضلاع b.

All Rights Reserved - Library of University of Jordan - Center of Thesis Deposit



الشكل 7. أزمنة تنفيذ خوارزمية ديكسترا 4 من أجل قيم مختلفة لعدد العقد n.

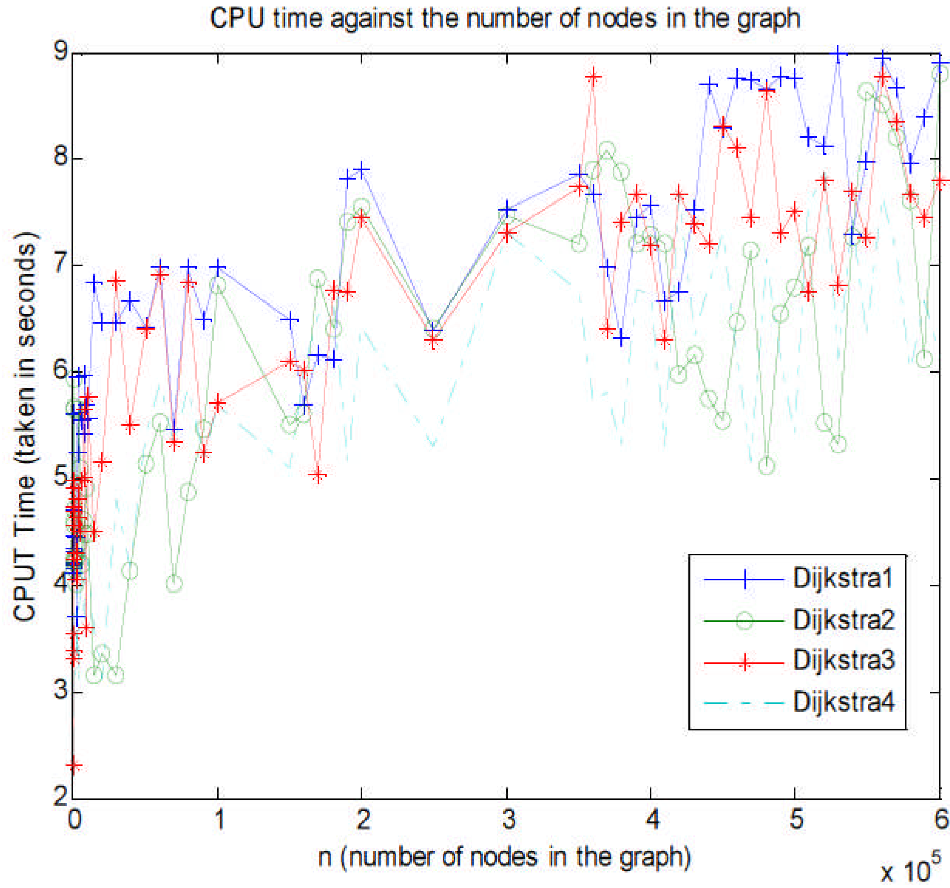


الشكل 8. أزمنة تنفيذ خوارزمية ديكسترا 4 من أجل قيم مختلفة لعدد الأضلاع b.

All Rights Reserved - Library of University of Jordan - Center of Thesis Deposit

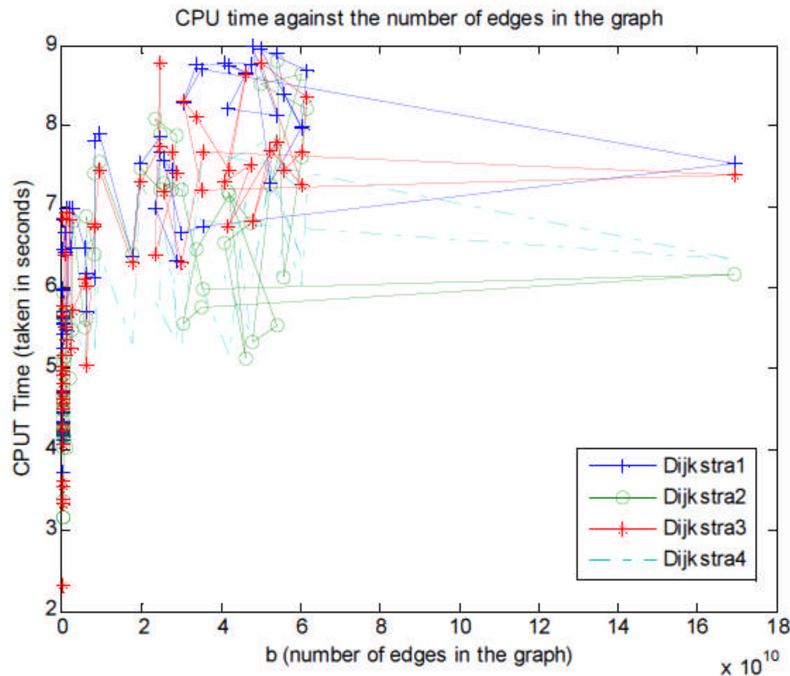
2). مقارنة خوارزميات ديكسترا 1-4

وضح فينا يلي بيانيا في الشكلين 9 و 10 الزمن اللازم لإيجاد المسار الأقصر وفـق خوارزميـات يكسترا 1-4 مقابل عدد العقد و عدد الأضلاع لنبين الجهد الحسابي الذي تتطلبـه كـل خوارزميـة قارنة مع الخوارزميات الأخرى.



الشكل 9. أزمنة تنفيذ خوارزميات ديكسترا 1 – 4 من أجل قيم مختلفة لعدد العقد n.

All Rights Reserved - Library of University of Jordan - Center of Thesis Deposit



الشكل 10. أزمنة تنفيذ خوارزميات ديكسترا 1 – 4 من أجل قيم مختلفة لعدد الأضلاع b.

(3). مناقشة نتائج تنفيذ خوارزميات ديكسترا 1–4

نقدم في هذه الفقرة النتائج الحاصلة من تنفيذ خوارزميات ديكسترا 1 – 4 لإيجاد المسار الأقصر في البيانات الموافقة لمسائل الاختبار.

يتضح من الجدول 1 و من الأشكال 1 – 10 ما يلي:

1. يتعلق زمن تنفيذ كل خوارزمية ، أولا ، من خوارزميات ديكسترا 1 – 4 بعدد الأضلاع في البيان ، أي بكثافته كما هو واضح في العمود الثالث الذي أشرنا إليه بالعمود **Sparsity**، و ، ثانيا ، بعدد العقد المكونة للمسار المطلوب إيجاده. فقد نصل إلى نهاية المسار بعد بضع عقد أو مباشرة و قد نصل بعد عدد كبير جدا من العقد التي تقع على المسار ، و هذا يتطلب زمنا كبيرا أكبر بكثير فيما لو حصلنا على المسار بعد بضع عقد أو مباشرة. في بعض الحالات، يمكن اعتبار السبب الثاني جزءا من الأول إلا أن هناك مسائل عدد الأضلاع فيها صغير جدا و تطلب إيجاد المسار زمنا كبيرا و هذا ما لاحظناه خلال تنفيذنا لمسائل الاختبار مرات عديدة للتأكد من هذه الحقائق.

2. بمقارنة زمن تنفيذ خوارزميات ديكسترا 1 – 4 نجد أن:

(i) خوارزمية ديكسترا 4 أفضل (باستثناء بعض الحالات المعدودة كما هو مبين في الشكل 10) من جميع خوارزميات ديكسترا الثلاث المتبقية.

(ii) خوارزمية ديكسترا 2 هي أفضل من خوارزميتي ديكسترا 1 و 3.

All Rights Reserved - Library of University of Jordan - Center of Thesis Deposit

(iii) خوارزمية ديكسترا 3 أفضل (باستثناء بعض الحالات المعدودة كما هو مبين فـــي الـــشكل 10) من خوارزمية ديكسترا 1 التي تأتي في المرتبة الأخيرة من حيث الأداء.

(iv) وفقا للنتائج الواردة في (iii) – (i) فإن سرعة جميع الطرائق تتراوح بين 0.25 – 1 مرة مع الطرائق المتبقية. إذ أن خوارزمية ديكسترا 4 أسرع من خوارزمية ديكـــسترا 1 مـــن 0.5 – 1 مرة.

(4). نتائج تنفيذ خوارزمية فورد– بيلمان:

ندون فيا يلي النتائج الحاصلة من تطبيق خوارزمية فورد – بيلمان على مسائل الاختبـــار المدروســـة في الجدول 5 و نوضحها بيانيا في الشكلين 11 و 12.

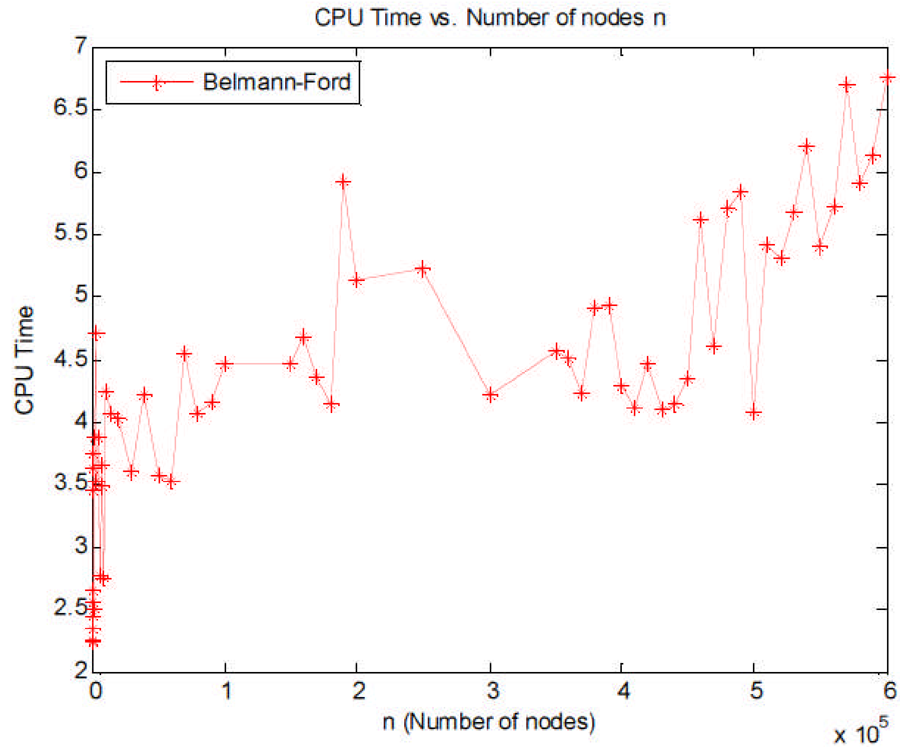
الجدول 2. زمن تنفيذ (CPU Time) خوارزمية فورد – بيلمان مأخوذا بالثواني من أجل قيم مختلفة لعدد عقد و عدد أضلاع البيانات المدروسة.

Number of nodes	Number of edges	Sparsity	CPU Time (second)
100	4000	60%	2.254
200	16000	60%	3.459
300	35100	61%	3.744
400	60800	62%	3.624
500	87500	65%	2.246
600	140400	61%	2.448
700	196000	60%	2.243
800	256000	60%	2.349
900	299700	63%	2.562
1000	340000	66%	2.646
1500	787500	65%	2.501
2000	1600000	60%	3.873
3000	3510000	61%	4.718
5000	5440000	66%	3.534
5000	8250000	67%	3.877
6000	11160000	69%	2.765
7000	16660000	66%	3.654
8000	21120000	67%	3.487
9000	29970000	63%	2.758
10000	39000000	61%	4.245
15000	67500000	70%	4.062
20000	120000000	70%	4.031
30000	252000000	72%	3.596
40000	432000000	73%	4.213
50000	725000000	71%	3.567

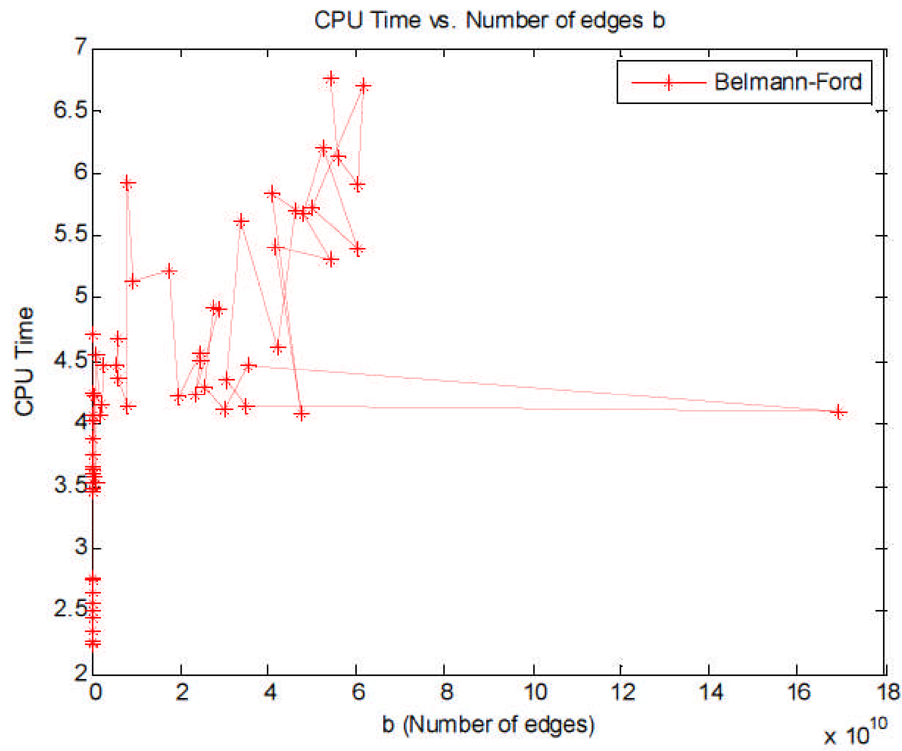
All Rights Reserved - Library of University of Jordan - Center of Thesis Deposit

60000	900000000	75%	3.534
70000	1176000000	76%	4.546
80000	1664000000	74%	4.066
90000	2349000000	71%	4.155
100000	2700000000	73%	4.462
150000	5400000000	76%	4.468
160000	5888000000	77%	4.678
170000	6069000000	79%	4.355
180000	8100000000	75%	4.145
190000	7942000000	78%	5.921
200000	9200000000	77%	5.142
250000	17500000000	72%	5.218
300000	19800000000	78%	4.213
350000	24500000000	80%	4.562
360000	24624000000	81%	4.512
370000	23273000000	83%	4.234
380000	28880000000	80%	4.911
390000	27378000000	82%	4.931
400000	25600000000	84%	4.281
410000	30258000000	82%	4.109
420000	35280000000	80%	4.468
430000	169553300000	83%	4.093
440000	34848000000	82%	4.140
450000	30375000000	85%	4.343
460000	33856000000	84%	5.625
470000	41971000000	81%	4.607
480000	46080000000	80%	5.705
490000	40817000000	83%	5.843
500000	47500000000	81%	4.081
510000	41616000000	84%	5.421
520000	54080000000	80%	5.312
530000	47753000000	83%	5.671
540000	52488000000	82%	6.201
550000	60500000000	80%	5.406
560000	50176000000	84%	5.718
570000	61731000000	81%	6.706
580000	60552000000	82%	5.908
590000	55696000000	84%	6.131
600000	54000000000	85%	6.755

All Rights Reserved - Library of University of Jordan - Center of Thesis Deposit



الشكل 11. أزمنة تنفيذ خوارزمية فورد – بيلمان من أجل قيم مختلفة لعدد العقد n.



الشكل 12. أزمنة تنفيذ خوارزمية فورد – بيلمان من أجل قيم مختلفة لعدد الأضلاع b.

All Rights Reserved - Library of University of Jordan - Center of Thesis Deposit

يتضح من الجدول 2 و من الأشكال 11 – 12 ما يلي:

يتعلق زمن تنفيذ خوارزمية فورد – بيلمان ، أولا ، بعدد الأضلاع في البيان ، أي بكثافته كما هو واضح في العمود الثالث الذي أشرنا إليه بالعمود **Sparsity**، و ، ثانيا ، بعدد العقد المكونة للمسار المطلوب إيجاده. فقد نصل إلى نهاية المسار بعد بضع عقد أو مباشرة و قد نصل بعد عدد كبير جدا من العقد التي تقع على المسار ، و هذا يتطلب زمنا كبيرا أكبر بكثير فيما لو حصلنا على المسار بعد بضع عقد أو مباشرة. في بعض الحالات، يمكن اعتبار السبب الثاني جزءا من الأول إلا أن هناك مسائل عدد الأضلاع فيها صغير جدا و تطلب إيجاد المسار زمنا كبيرا و هذا ما لاحظناه خلال تنفيذنا لمسائل الاختبار مرات عديدة للتأكد من هذه الحقائق. بالنتيجة، يتعلق أداء خوارزمية فورد – بيلمان بكثافة البيان و بعدد العقد المكونة للمسار المطلوب.

(5). نتائج تنفيذ خوارزمية فلويد 1–3 :

ندون فيا يلي النتائج الحاصلة من تطبيق خوارزمية فلويد 1 على مسائل الاختبار المدروسة في الجدول 3 و نوضحها بيانيا في الأشكال 13–18.

الجدول 3. زمن تنفيذ (CPU Time) خوارزميات فلويد 1–3 مأخوذا بالثواني من أجل قيم مختلفة لعدد عقد و عدد أضلاع البيانات المدروسة.

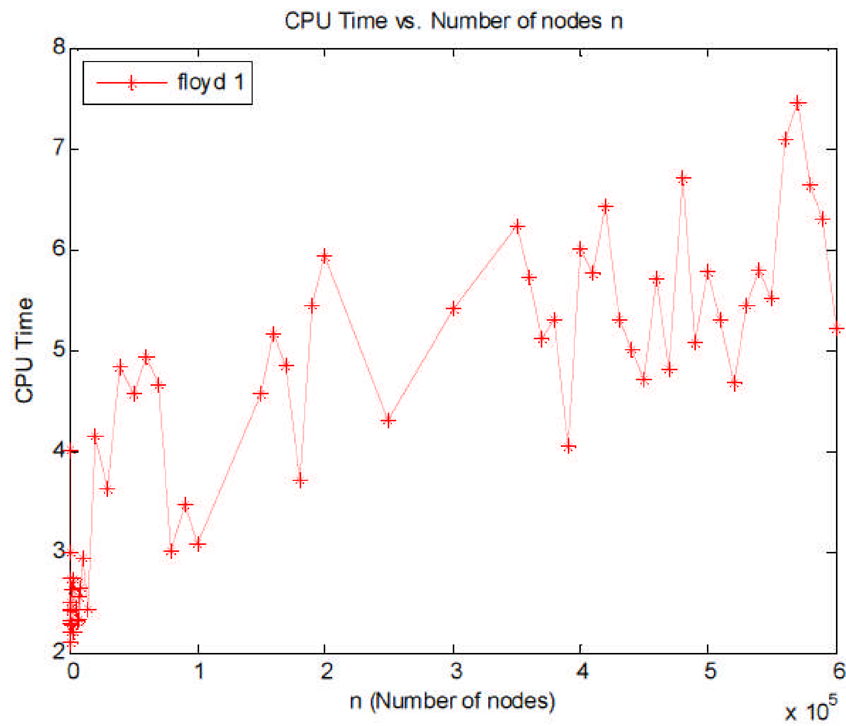
Number of nodes	Number of edges	Sparsity	CPU Time (second)		
			فلويد 1	فلويد 2	فلويد 3
100	4000	60%	2.437	4.114	2.731
200	16000	60%	2.105	4.652	2.512
300	35100	61%	2.506	4.214	2.224
400	60800	62%	2.309	4.309	2.616
500	87500	65%	2.987	4.211	2.215
600	140400	61%	2.414	4.124	2.729
700	196000	60%	2.286	4.323	2.628
800	256000	60%	4.012	4.131	2.289
900	299700	63%	2.203	4.431	2.912
1000	340000	66%	2.721	4.311	2.106
1500	787500	65%	2.625	4.615	2.915
2000	1600000	60%	2.268	4.351	2.918
3000	3510000	61%	2.201	4.323	2.103
4000	5440000	66%	2.734	4.631	2.714
5000	8250000	67%	2.437	4.463	2.437
6000	11160000	69%	2.305	4.153	2.15
7000	16660000	66%	2.556	4.501	3.146
8000	21120000	67%	2.319	4.319	3.39
9000	29970000	63%	2.637	4.617	3.617

All Rights Reserved - Library of University of Jordan - Center of Thesis Deposit

10000	39000000	61%	2.944	5.184	3.184
15000	67500000	70%	2.436	5.296	3.196
20000	120000000	70%	4.154	5.114	3.162
30000	252000000	72%	3.625	5.625	3.625
40000	432000000	73%	4.842	5.812	3.862
50000	725000000	71%	4.562	6.512	3.662
60000	900000000	75%	4.944	6.984	3.684
70000	1176000000	76%	4.656	7.616	3.656
80000	1664000000	74%	3.015	7.015	3.615
90000	2349000000	71%	3.459	7.609	3.609
100000	2700000000	73%	3.078	9.748	4.678
150000	5400000000	76%	4.562	10.562	4.562
160000	5888000000	77%	5.159	9.102	4.169
170000	6069000000	79%	4.859	10.849	4.659
180000	8100000000	75%	3.715	10.455	4.615
190000	7942000000	78%	5.446	11.446	5.474
200000	9200000000	77%	5.943	10.903	5.93
250000	17500000000	72%	4.315	11.305	4.375
300000	19800000000	78%	5.409	11.890	5.389
350000	24500000000	80%	6.241	11.214	5.324
360000	24624000000	81%	5.724	11.434	5.334
370000	23273000000	83%	5.109	10.109	4.139
380000	28880000000	80%	5.302	10.312	4.312
390000	27378000000	82%	4.046	11.746	5.836
400000	25600000000	84%	6.008	11.478	5.978
410000	30258000000	82%	5.765	10.705	5.635
420000	35280000000	80%	6.437	11.437	6.437
430000	169553300000	83%	5.310	10.312	6.332
440000	34848000000	82%	5.015	11.015	6.315
450000	30375000000	85%	4.703	10.703	6.733
460000	33856000000	84%	5.706	9.706	6.796
470000	41971000000	81%	4.810	10.841	6.481
480000	46080000000	80%	6.718	10.718	6.318
490000	40817000000	83%	5.078	9.148	5.378
500000	47500000000	81%	5.781	10.741	5.781
510000	41616000000	84%	5.301	10.351	5.331
520000	54080000000	80%	4.671	11.681	6.671
530000	47753000000	83%	5.453	11.453	5.453
540000	52488000000	82%	5.802	12.442	6.812
550000	60500000000	80%	5.525	11.455	5.515
560000	50176000000	84%	7.101	12.171	7.171

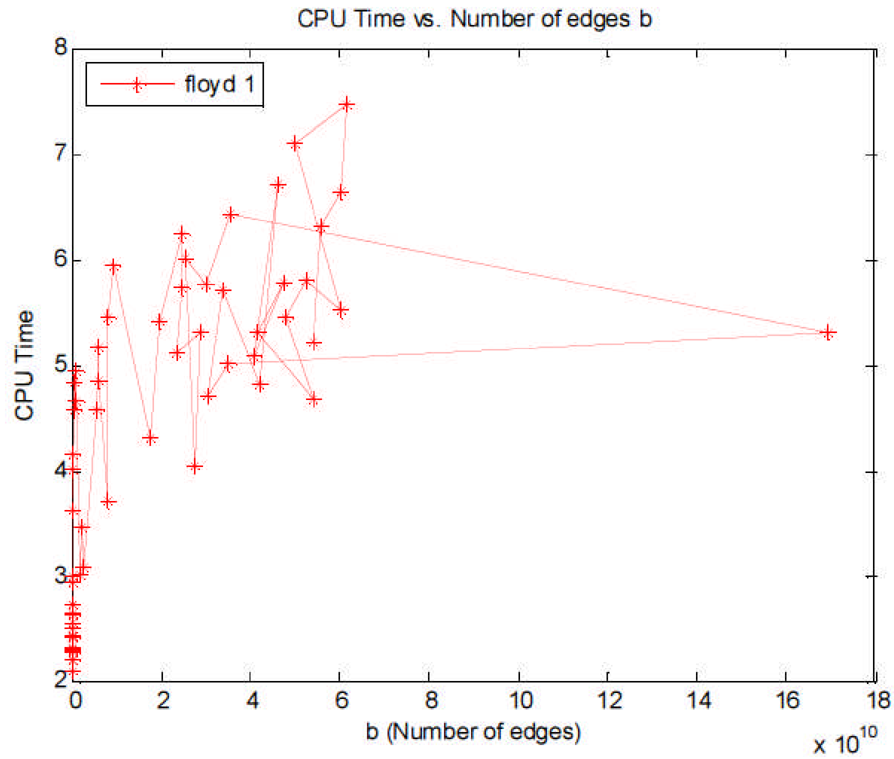
All Rights Reserved - Library of University of Jordan - Center of Thesis Deposit

570000	61731000000	81%	7.462	12.602	7.431
580000	60552000000	82%	6.641	12.614	6.164
590000	55696000000	84%	6.314	12.301	6.125
600000	54000000000	85%	5.215	13.321	6.152

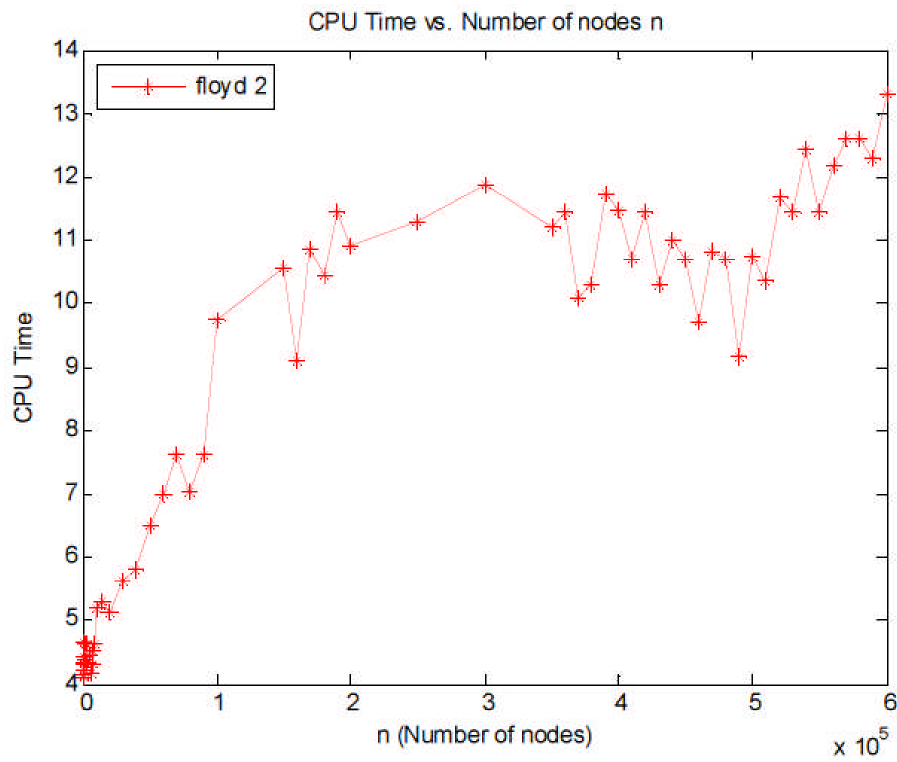


الشكل 13. أزمنة تنفيذ خوارزمية فلويد1 من أجل قيم مختلفة لعدد العقد n.

All Rights Reserved - Library of University of Jordan - Center of Thesis Deposit

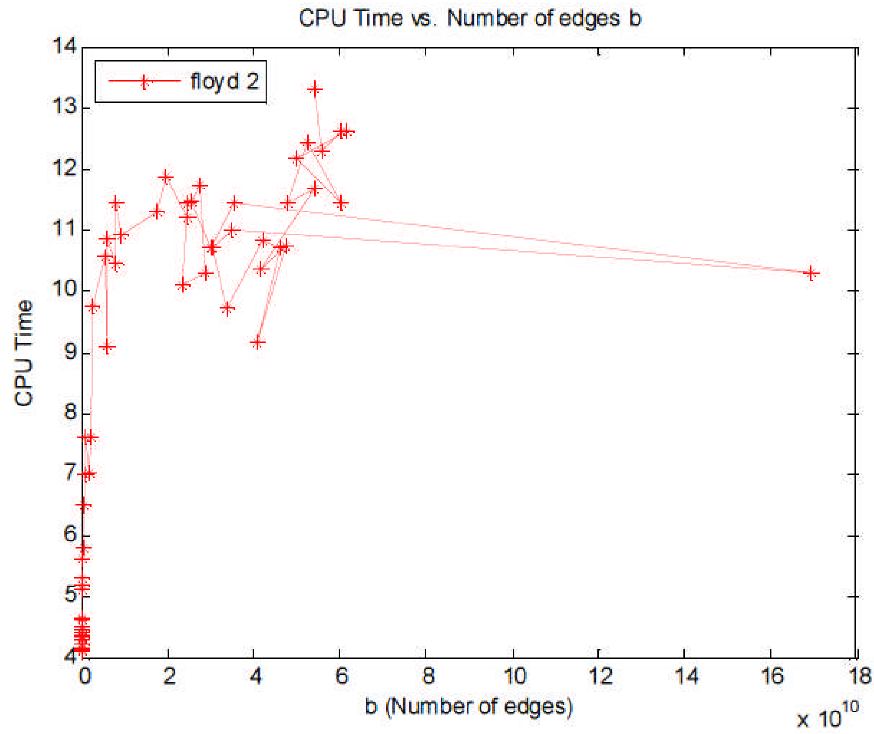


الشكل 14. أزمنة تنفيذ خوارزمية فلويد1 من أجل قيم مختلفة لعدد الأضلاع b.



الشكل 15. أزمنة تنفيذ خوارزمية فلويد2 من أجل قيم مختلفة لعدد العقد n.

All Rights Reserved - Library of University of Jordan - Center of Thesis Deposit



الشكل 16. أزمنة تنفيذ خوارزمية فلويد2 من أجل قيم مختلفة لعدد الأضلاع b.

CPU Time vs. Number of nodes n

floyd 3

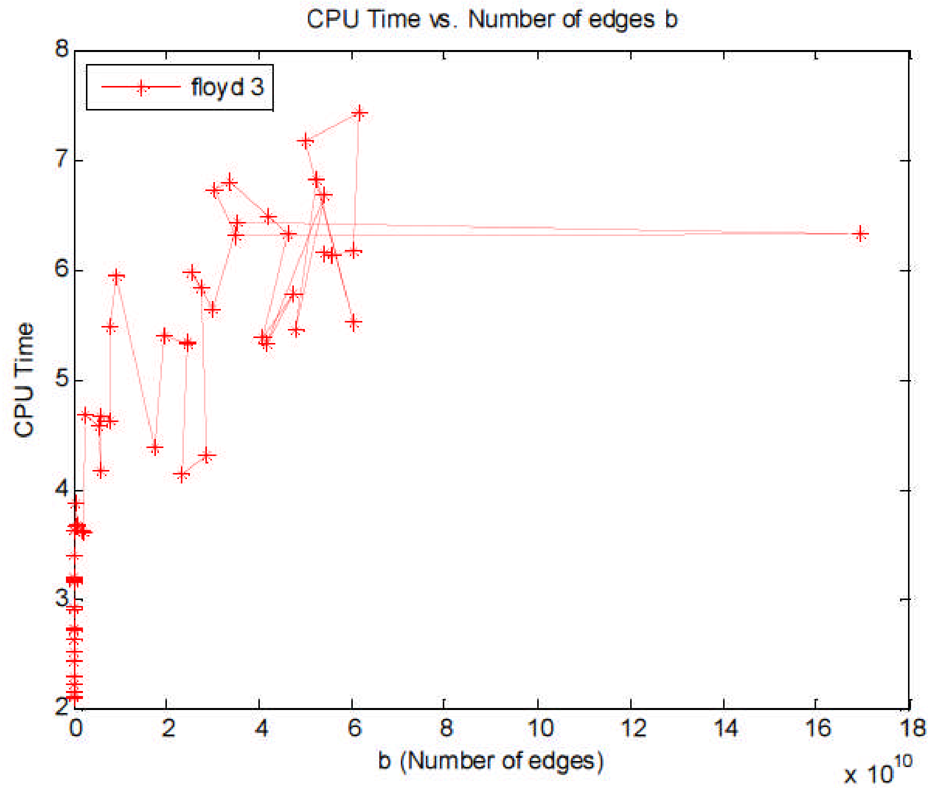
CPU Time

n (Number of nodes)

x 10^5

الشكل 17. أزمنة تنفيذ خوارزمية فلويد3 من أجل قيم مختلفة لعدد العقد n.

All Rights Reserved - Library of University of Jordan - Center of Thesis Deposit

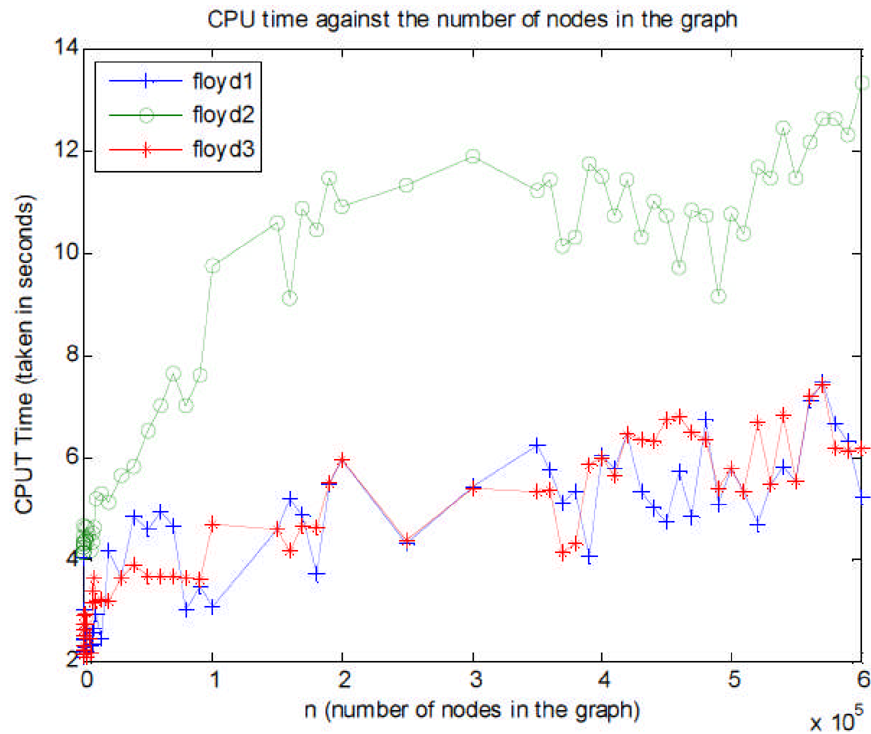


الشكل 18. أزمنة تنفيذ خوارزمية فلويد3 من أجل قيم مختلفة لعدد الأضلاع b.

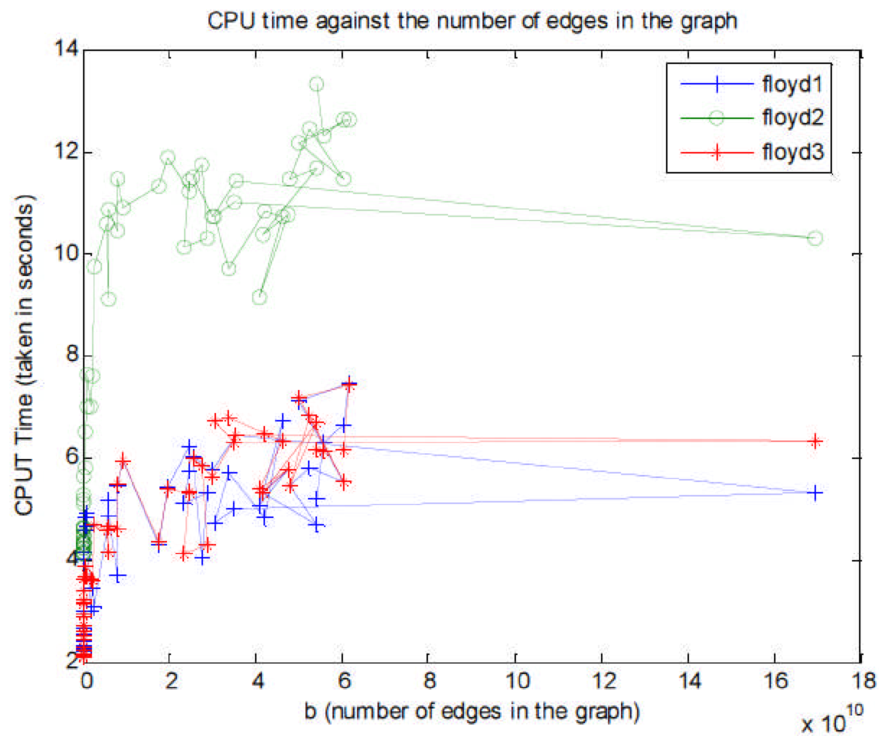
(6). مقارنة خوارزميات فلويد 1-3

نوضح فيما يلي بيانيا في الشكلين 19 و 20 الزمن اللازم لإيجاد المسار الأقصر وفق خوارزميات فلويد 1-3 مقابل عدد العقد و عدد الأضلاع لنبين الجهد الحسابي الذي تتطلبه كل خوارزمية مقارنة مع الخوارزميات الأخرى.

All Rights Reserved - Library of University of Jordan - Center of Thesis Deposit



الشكل 19. أزمنة تنفيذ خوارزميات فلويد 1 ، 2 و 3 من أجل قيم مختلفة لعدد العقد n.



الشكل 20. أزمنة تنفيذ خوارزميات فلويد 1 ، 2 و 3 من أجل قيم مختلفة لعدد الأضلاع b.

All Rights Reserved - Library of University of Jordan - Center of Thesis Deposit

(7). مناقشة نتائج تنفيذ خوارزميات فلويد 1-3

نقدم في هذه الفقرة النتائج الحاصلة من تنفيذ خوارزميات فلويد 1 – 3 لإيجاد المسار الأقصر في البيانات الموافقة لمسائل الاختبار.

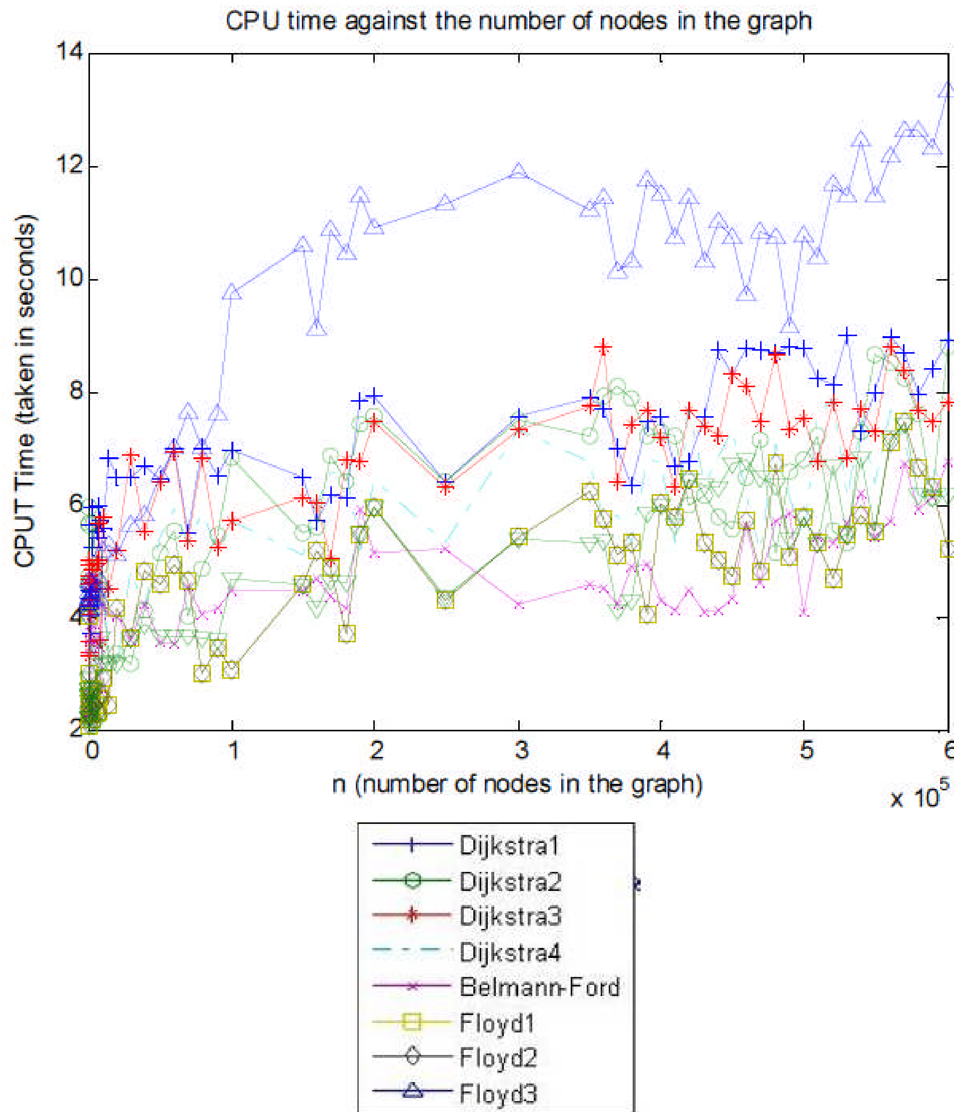
يتضح من الجدول 3 و من الأشكال 13 – 20 ما يلي:

1. يتعلق زمن تنفيذ كل خوارزمية ، أولا ، من خوارزميات فلويد 1 – 3 بعدد الأضلاع في البيان ، أي بكثافته كما هو واضح في العمود الثالث الذي أشرنا إليه بالعمود **Sparsity**، و ، ثانيا ، بعدد العقد المكونة للمسار المطلوب إيجاده. فقد نصل إلى نهاية المسار بعد بضع عقد أو مباشرة و قد نصل بعد عدد كبير جدا من العقد التي تقع على المسار ، و هذا يتطلب زمنا كبيرا أكبر بكثير فيما لو حصلنا على المسار بعد بضع عقد أو مباشرة. في بعض الحالات، يمكن اعتبار السبب الثاني جزءا من الأول إلا أن هناك مسائل عدد الأضلاع فيها صغير جدا و تطلب إيجاد المسار زمنا كبيرا و هذا ما لاحظناه خلال تنفيذنا لمسائل الاختبار مرات عديدة للتأكد من هذه الحقائق.
2. بمقارنة زمن تنفيذ خوارزميات فلويد 1 – 3 نجد أن:
   - **(i)** خوارزمية فلويد 3 أفضل من خوارزميتي فلويد 1 و 2.
   - **(ii)** خوارزمية فلويد 1 هي أفضل من خوارزمية فلويد 2 التي تأتي في المرتبة الأخيرة من حيث الأداء.
   - **(iii)** خوارزمية فلويد 3 أسرع من خوارزمية 2 بأكثر من مرتين.
   - **(iv)** خوارزمية فلويد 1 أسرع من خوارزمية 2 من 1.5 – 2 مرة.

(8). مقارنة جميع الخوارزميات المدروسة

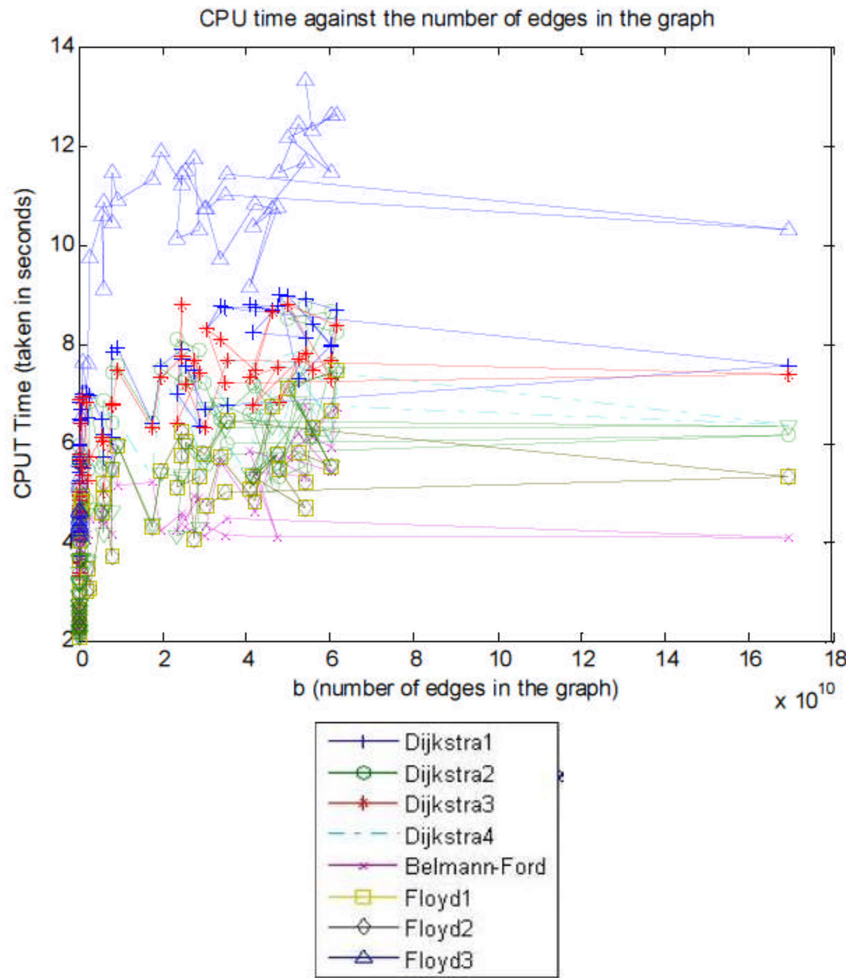
نوضح فيما يلي بيانيا في الشكلين 21 و 22 الزمن اللازم لإيجاد المسار الأقصر وفق جميع الخوارزميات المدروسة و المطورة مقابل عدد العقد و عدد الأضلاع لنبين الجهد الحسابي الذي تتطلبه كل خوارزمية مقارنة مع الخوارزميات الأخرى.

All Rights Reserved - Library of University of Jordan - Center of Thesis Deposit



الشكل 21. أزمنة تنفيذ خوارزميات ديكسترا 1 – 4 و فورد – بيلمان و فلويد 1 – 3 من أجل قيم مختلفة لعدد العقد n .

All Rights Reserved - Library of University of Jordan - Center of Thesis Deposit



الشكل 22. أزمنة تنفيذ خوارزميات ديكسترا 1 – 4 و فورد – بيلمان و فلويد 1 – 3 من أجل قيم مختلفة لعدد الأضلاع b.

يتضح من الشكلين 21 – 22 ما يلي:

1. يتعلق زمن تنفيذ كل خوارزمية، أولا، من الخوارزميات المدروسة و المطورة بعدد الأضلاع في البيان، أي بكثافته كما أسلفنا في الفقرات السابقة و ، ثانيا ، بعدد العقد المكونة للمسار المطلوب إيجاده. فقد نصل إلى نهاية المسار بعد بضع عقد أو مباشرة و قد نصل بعد عدد كبير جدا من العقد التي تقع على المسار ، و هذا يتطلب زمنا كبيرا أكبر بكثير فيما لو حصلنا على المسار بعد بضع عقد أو مباشرة. في بعض الحالات، يمكن اعتبار السبب الثاني جزءا من الأول إلا أن هناك مسائل عدد الأضلاع فيها صغير جدا و تطلب إيجاد المسار زمنا كبيرا و هذا ما لاحظناه خلال تنفيذنا لمسائل الاختبار مرات عديدة للتأكد من هذه الحقائق.

2. بمقارنة زمن تنفيذ جميع الخوارزميات المدروسة والمطورة نجد أن:

(i) خوارزمية فلويد 3 أفضل من جميع الخوارزميات المتبقية.

All Rights Reserved - Library of University of Jordan - Center of Thesis Deposit

(ii) خوارزمية فورد – بيلمان أفضل من خوارزميات ديكسترا 1-4 و فلويد 1 و 2.

(iii) خوارزمية فلويد 1 أفضل من خوارزمية فلويد 2 و من خوارزميات ديكسترا 1 – 4.

(iv) خوارزمية فلويد 2 أفضل من خوارزميات ديكسترا 1 – 4.

(v) خوارزمية ديكسترا 4 أفضل من جميع خوارزميات ديكسترا الثلاث المتبقية.

(vi) خوارزمية ديكسترا 2 أفضل من خوارزميتي ديكسترا 1 و 3.

(vii) خوارزمية ديكسترا 3 أفضل من خوارزمية ديكسترا 1 التي تأتي في المرتبة الأخيرة من حيث الأداء.

3. من النتائج الواردة في (i) – (vii) خوارزمية فلويد 3 أسرع من جميع الخوارزميات المدروسة.

(I) المجموعة الأولى:

تتضمن هذه المجموعة 64 مسألة اختبار لإجراء مقارنة بين الخوارزميات المدروسة تتضمن:

2. البنية الصفرية للبيانات المدروسة تتراوح بين 12% و 94%.

(1). نتائج تنفيذ خوارزميات ديكسترا 1-4 :

ندون فيا يلي النتائج الحاصلة من تطبيق خوارزميات ديكسترا 1 -4 على مسائل الاختبار المدروسة في الجدول 4 و نوضحها بيانيا في الأشكال 30-23.

الجدول 4. زمن تنفيذ (CPU Time) خوارزميات ديكسترا 1-4 مأخوذا بالثواني من أجل قيم مختلفة لعدد عقد و عدد أضلاع البيانات المدروسة.

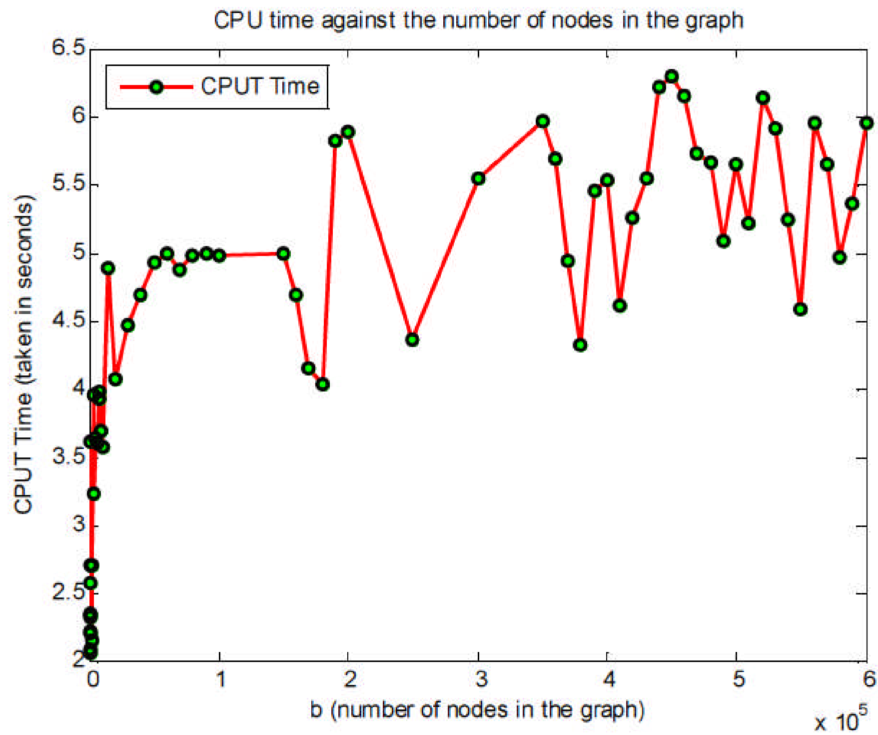
Number of nodes	Number of edges	Sparsity	CPU Time (second)			
			ديكسترا 1	ديكسترا 2	ديكسترا 3	ديكسترا 4
100	88	12%	2.065	2.275	2.205	1.075
200	180	55%	2.706	2.69	2.918	1.108
300	276	70%	2.091	2.137	1.103	1.213
400	354	78%	2.350	2.010	2.734	1.014
500	446	83%	3.607	2.153	1.137	1.137
600	546	85%	2.339	2.221	2.500	1.05
700	648	87%	2.215	2.565	1.546	1.016
800	725	89%	2.575	3.953	1.390	1.190
900	813	90%	2.210	3.606	2.687	1.187
1000	907	91%	2.328	3.684	2.984	1.014
1500	1342	41%	2.156	2.066	2.296	1.226
2000	1812	55%	2.703	2.264	2.062	2.022
3000	2648	71%	3.956	2.390	2.625	1.225
4000	3625	78%	3.235	3.656	2.812	1.102
5000	4489	83%	3.640	3.125	2.502	2.262
6000	5423	85%	3.593	2.263	2.974	1.904

All Rights Reserved - Library of University of Jordan - Center of Thesis Deposit

7000	6338	88%	3.922	2.656	3.656	1.646
8000	7191	89%	3.975	2.093	3.015	2.045
9000	8080	91%	3.687	2.953	3.609	2.109
10000	9039	91%	3.578	2.406	3.078	2.208
15000	13505	94%	4.890	1.156	3.562	2.592
20000	17992	56%	4.078	2.359	4.109	2.119
30000	27073	70%	4.468	1.765	4.859	2.899
40000	36040	78%	4.687	2.140	4.015	2.105
50000	45231	82%	4.934	2.546	4.406	3.406
60000	53946	86%	4.987	2.031	4.930	3.901
70000	63095	88%	4.875	2.015	4.375	3.355
80000	72002	89%	4.984	2.843	4.890	3.809
90000	80962	1%	4.993	3.468	4.234	3.294
100000	89842	11%	4.975	4.812	4.734	3.714
150000	89884	61%	4.987	4.593	4.109	3.139
160000	89966	65%	4.688	4.609	4.312	3.332
170000	89932	69%	4.156	4.875	3.046	3.516
180000	89945	73%	4.031	4.437	4.078	3.678
190000	90030	76%	5.828	5.406	4.765	3.065
200000	90115	78%	5.890	5.562	5.437	4.437
250000	89852	86%	4.359	4.406	4.312	3.312
300000	90069	90%	5.546	5.484	5.015	5.015
350000	90091	27%	5.968	5.265	5.703	4.703
360000	90011	31%	5.687	5.984	5.796	4.796
370000	89993	35%	4.937	4.093	4.810	3.810
380000	89993	38%	4.328	4.890	4.718	3.718
390000	90031	41%	5.452	5.015	5.078	4.078
400000	90046	44%	5.531	5.296	5.781	4.781
410000	89907	47%	4.609	4.015	4.351	3.351
420000	90072	49%	5.256	3.984	5.671	5.671
430000	90035	52%	5.546	4.109	5.453	4.453
440000	90056	54%	6.212	3.765	5.812	4.812
450000	90148	56%	6.296	3.546	5.515	5.515
460000	90026	60%	6.156	4.483	5.171	4.171
470000	89852	60%	5.734	4.000	4.062	3.062
480000	90074	61%	5.671	4.031	5.640	5.064
490000	89987	63%	5.080	4.562	4.312	4.124
500000	89886	65%	5.656	4.796	4.015	4.321
510000	89968	66%	5.215	4.093	4.703	4.569
520000	90079	67%	6.132	3.531	5.796	5.875
530000	89886	69%	5.918	4.328	4.810	4.120

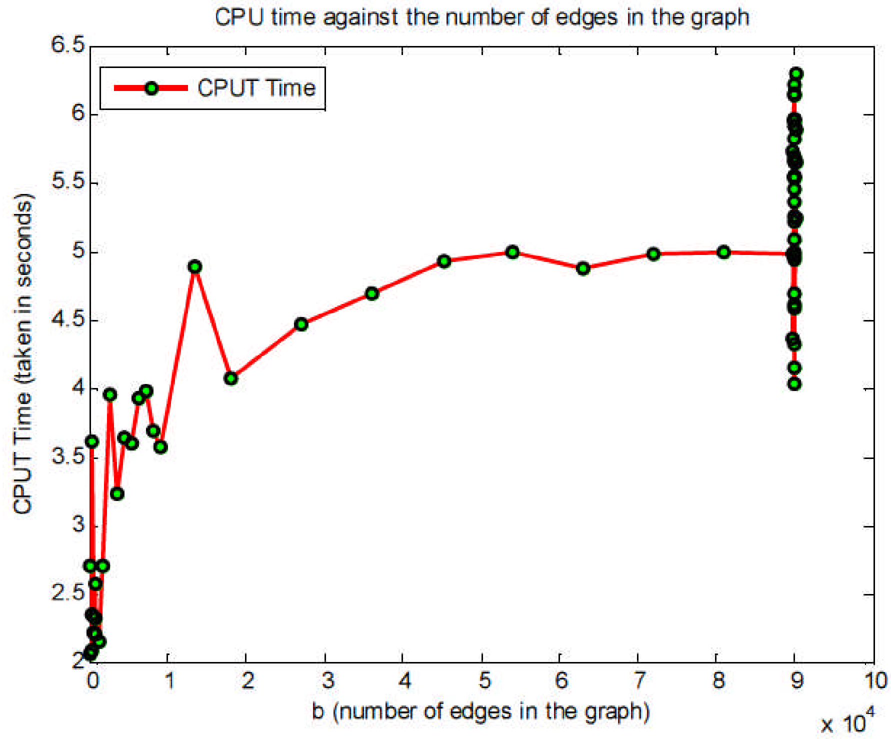
All Rights Reserved - Library of University of Jordan - Center of Thesis Deposit

540000	90139	70%	5.241	5.265	5.718	5.961
550000	89941	71%	4.587	5.843	4.078	4.301
560000	90078	72%	5.952	5.014	6.781	5.654
570000	90116	73%	5.652	4.213	6.351	5.321
580000	89928	74%	4.963	5.654	4.671	4.005
590000	89962	75%	5.367	4.198	4.453	4.678
600000	89958	76%	5.958	4.875	4.812	4.956

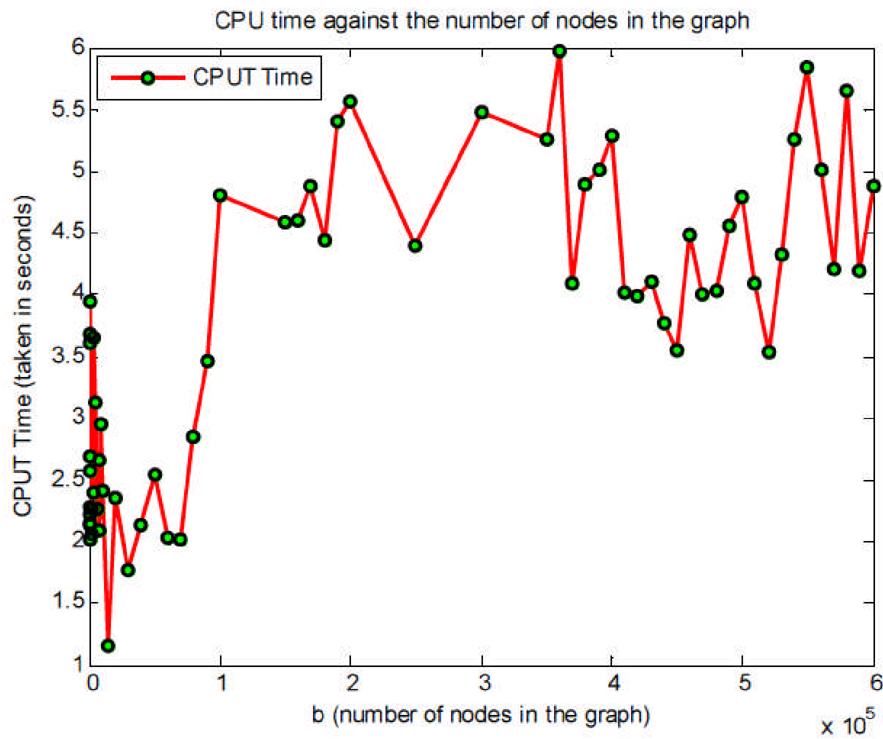


الشكل 23. أزمنة تنفيذ خوارزمية ديكسترا 1 من أجل قيم مختلفة لعدد العقد n.

All Rights Reserved - Library of University of Jordan - Center of Thesis Deposit

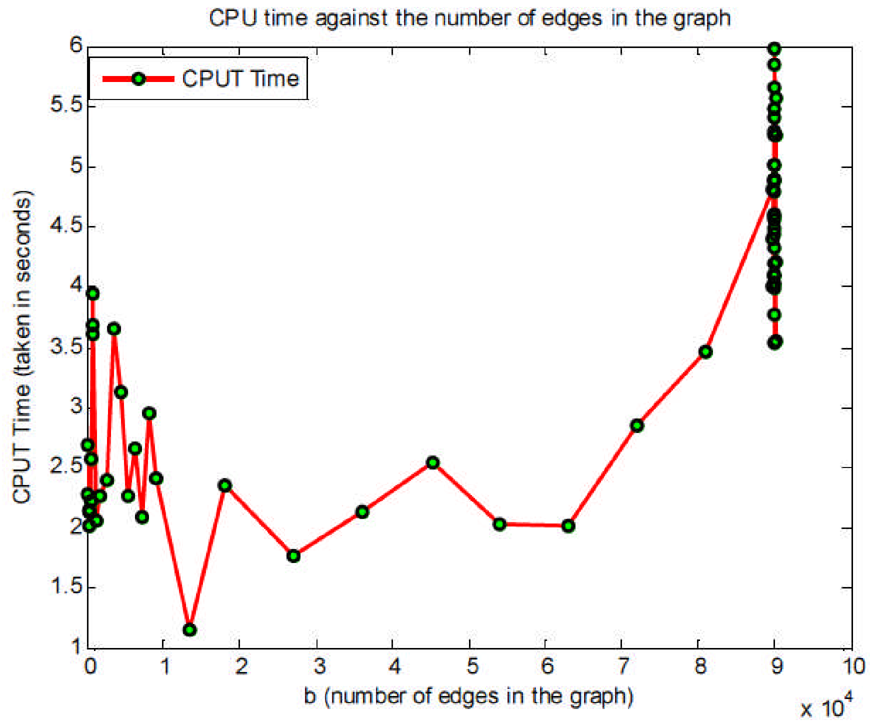


الشكل 24. أزمنة تنفيذ خوارزمية ديكسترا 1 من أجل قيم مختلفة لعدد الأضلاع b.

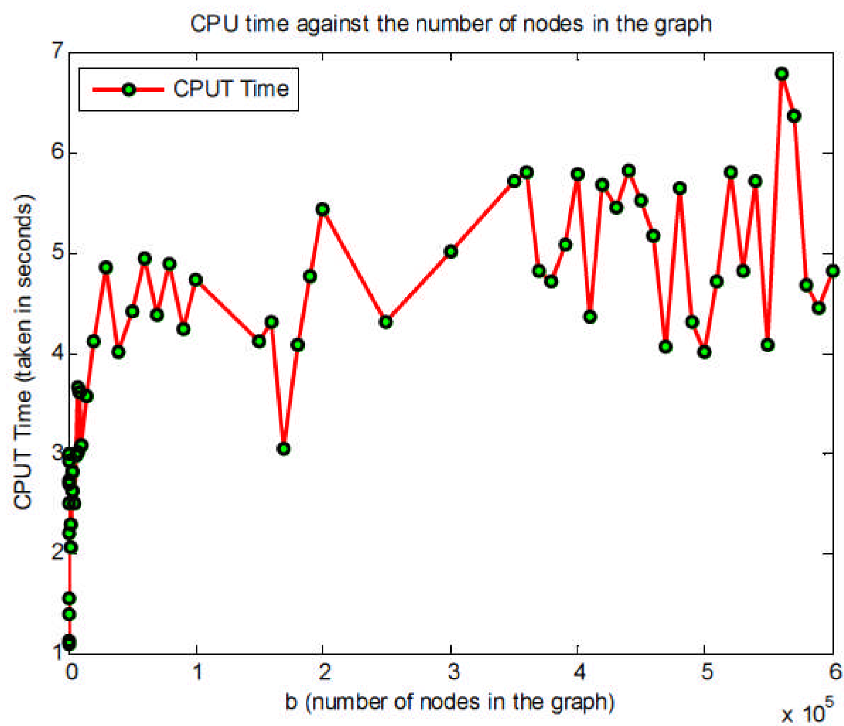


الشكل 25. أزمنة تنفيذ خوارزمية ديكسترا 2 من أجل قيم مختلفة لعدد العقد n.

All Rights Reserved - Library of University of Jordan - Center of Thesis Deposit

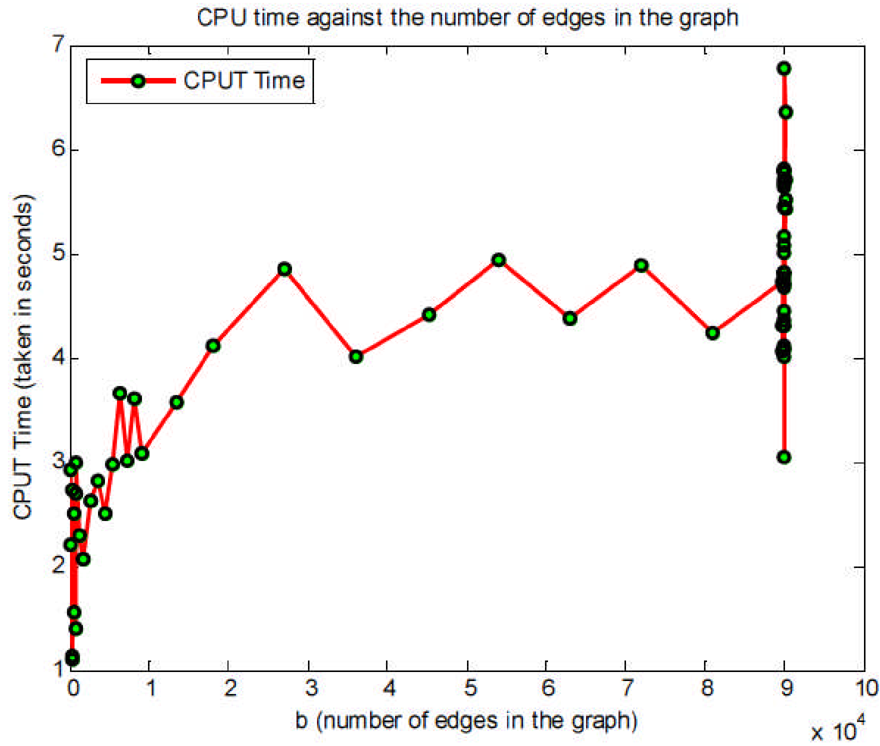


الشكل 26. أزمنة تنفيذ خوارزمية ديكسترا 2 من أجل قيم مختلفة لعدد الأضلاع b.

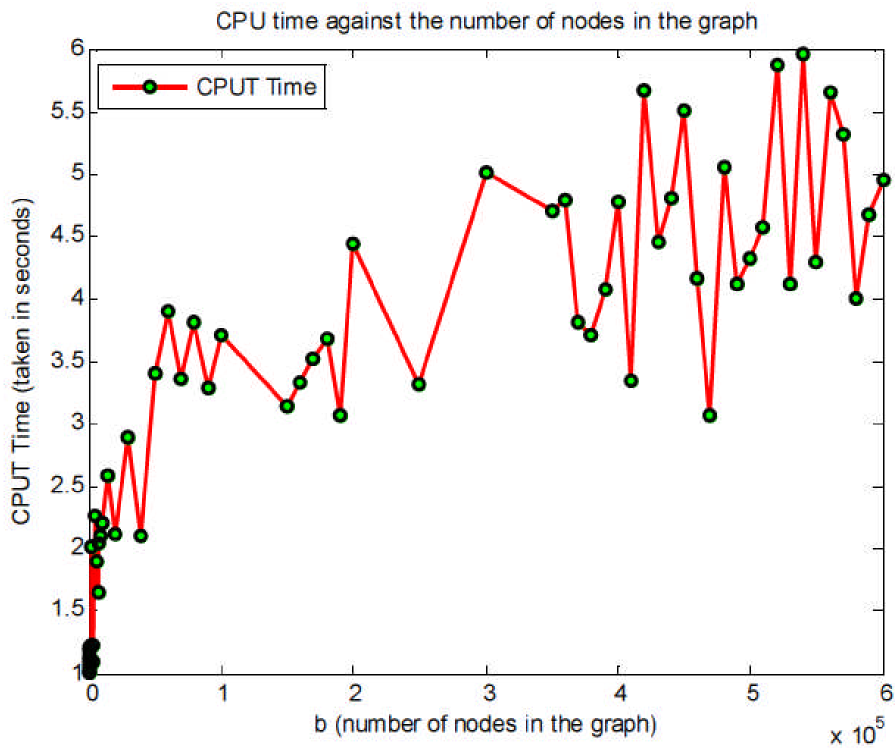


الشكل 27. أزمنة تنفيذ خوارزمية ديكسترا 3 من أجل قيم مختلفة لعدد العقد n.

All Rights Reserved - Library of University of Jordan - Center of Thesis Deposit

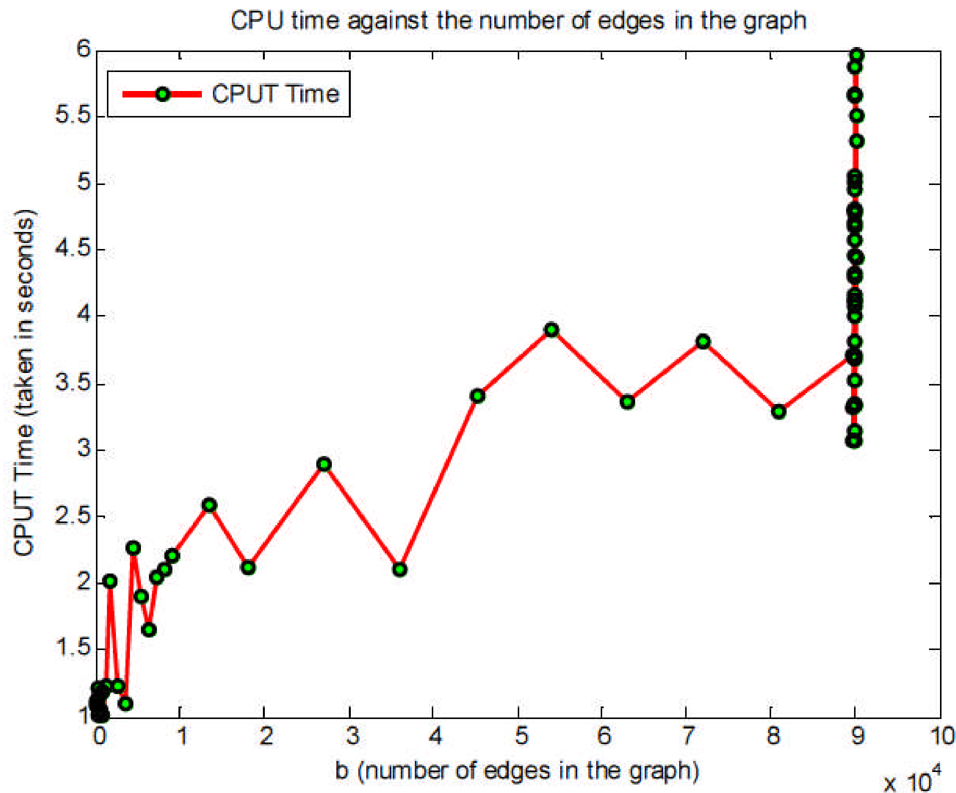


الشكل 28. أزمنة تنفيذ خوارزمية ديكسترا 3 من أجل قيم مختلفة لعدد الأضلاع b.



الشكل 29. أزمنة تنفيذ خوارزمية ديكسترا 4 من أجل قيم مختلفة لعدد العقد n.

All Rights Reserved - Library of University of Jordan - Center of Thesis Deposit

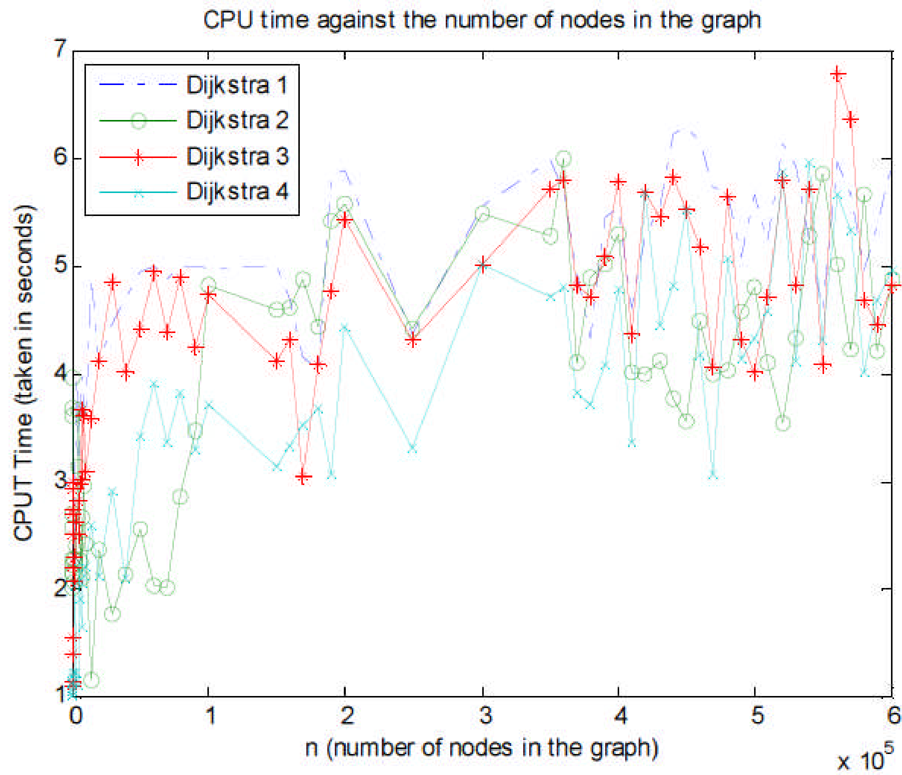


الشكل 30. أزمنة تنفيذ خوارزمية ديكسترا 4 من أجل قيم مختلفة لعدد الأضلاع b.

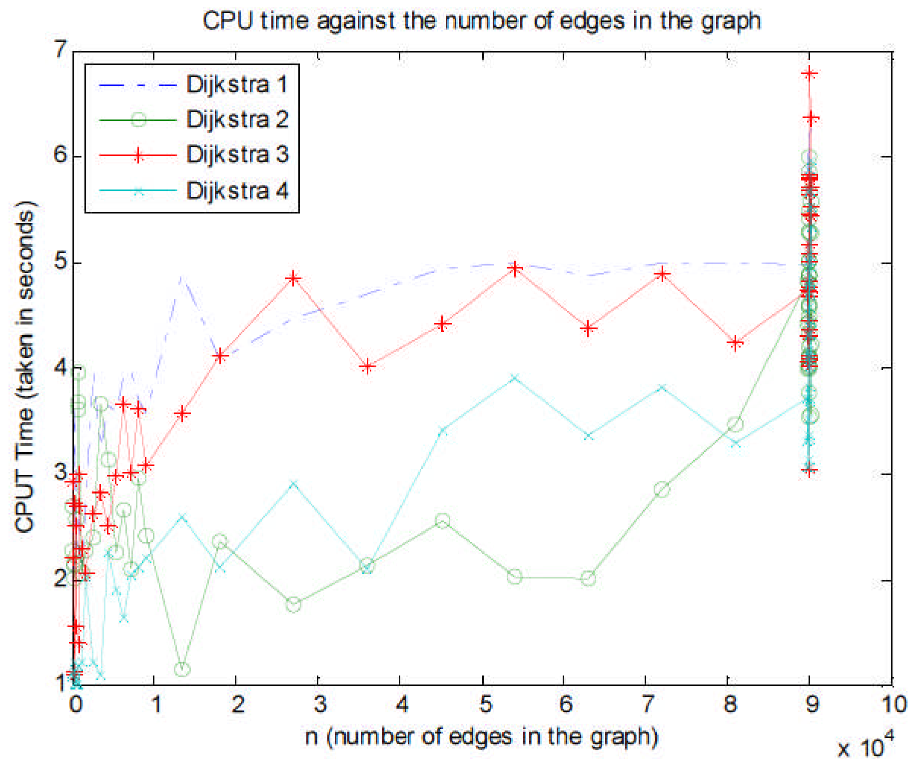
(2). مقارنة خوارزميات ديكسترا 1–4

نوضح فينا يلي بيانيا في الشكلين 31 و 32 الزمن اللازم لإيجاد المسار الأقصر وفق خوارزميات ديكسترا 1–4 مقابل عدد العقد و عدد الأضلاع لنبين الجهد الحسابي الذي تتطلبه كل خوارزمية مقارنة مع الخوارزميات الأخرى.

All Rights Reserved - Library of University of Jordan - Center of Thesis Deposit



الشكل 31. أزمنة تنفيذ خوارزميات ديكسترا 1 – 4 من أجل قيم مختلفة لعدد العقد n.



الشكل 32. أزمنة تنفيذ خوارزميات ديكسترا 1 – 4 من أجل قيم مختلفة لعدد الأضلاع b.

All Rights Reserved - Library of University of Jordan - Center of Thesis Deposit

(4). مناقشة نتائج تنفيذ خوارزميات ديكسترا 1-4

نقدم في هذه الفقرة النتائج الحاصلة من تنفيذ خوارزميات ديكسترا 1 – 4 لإيجاد المسار الأقصر في البيانات الموافقة لمسائل الاختبار.

يتضح من الجدول 4 و من الأشكال 23 – 32 ما يلي:

❶ يتعلق زمن تنفيذ كل خوارزمية ، أولا ، من خوارزميات ديكسترا 1 – 4 بعدد الأضلاع في البيان ، أي بكثافته كما هو واضح في العمود الثالث الذي أشرنا إليه بالعمود **Sparsity**، و ، ثانيا ، بعدد العقد المكونة للمسار المطلوب إيجاده. فقد نصل إلى نهاية المسار بعد بضع عقد أو مباشرة و قد نصل بعد عدد كبير جدا من العقد التي تقع على المسار ، و هذا يتطلب زمنا كبيرا أكبر بكثير فيما لو حصلنا على المسار بعد بضع عقد أو مباشرة. في بعض الحالات، يمكن اعتبار السبب الثاني جزءا من الأول إلا أن هناك مسائل عدد الأضلاع فيها صغير جدا و تطلب إيجاد المسار زمنا كبيرا و هذا ما لاحظناه خلال تنفيذنا لمسائل الاختبار مرات عديدة للتأكد من هذه الحقائق.

❶ **بمقارنة زمن تنفيذ خوارزميات ديكسترا 1 – 4 نجد أن:**

1. خوارزمية ديكسترا 4 أفضل (باستثناء بعض الحالات المعدودة كما هو مبين في الشكل 32) من جميع خوارزميات ديكسترا الثلاث المتبقية.
2. خوارزمية ديكسترا 2 هي أفضل من خوارزميتي ديكسترا 1 و 3.
3. خوارزمية ديكسترا 3 أفضل (باستثناء بعض الحالات المعدودة كما هو مبين في الشكل 32) من خوارزمية ديكسترا 1 التي تأتي في المرتبة الأخيرة من حيث الأداء.
4. وفقا للنتائج الواردة في (iii) – (i) فإن سرعة جميع الطرائق تتراوح بين 0.25 – 1 مرة مع الطرائق المتبقية. إذ أن خوارزمية ديكسترا 4 أسرع من خوارزمية ديكسترا 1 من 0.5 – 1 مرة.

(5). نتائج تنفيذ خوارزمية فورد – بيلمان:

ندون فيا يلي النتائج الحاصلة من تطبيق خوارزمية فورد – بيلمان على مسائل الاختبار المدروسة في الجدول 13 و نوضحها بيانيا في الشكلين 33 و 34.

الجدول 5. زمن تنفيذ (CPU Time) خوارزمية فورد – بيلمان مأخوذا بالثواني من أجل قيم مختلفة لعدد عقد و عدد أضلاع البيانات المدروسة.

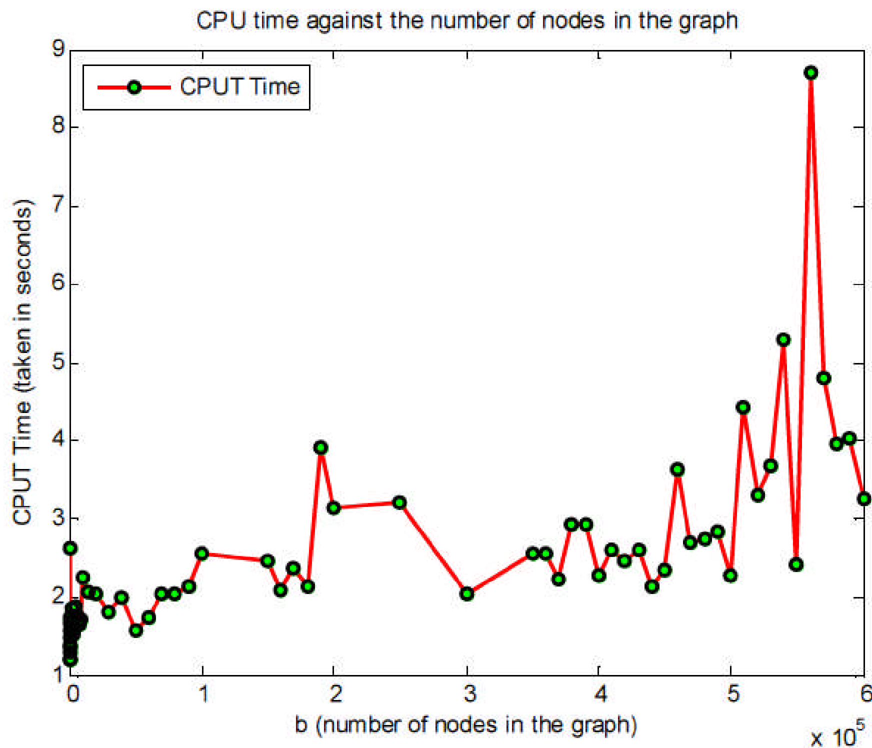
Number of nodes	Number of edges	Sparsity	CPU Time (second)
100	88	12%	1.203
200	180	55%	1.39
300	276	70%	1.734
400	354	78%	2.62

All Rights Reserved - Library of University of Jordan - Center of Thesis Deposit

500	446	83%	1.296
600	546	85%	1.468
700	648	87%	1.203
800	725	89%	1.359
900	813	90%	1.562
1000	907	91%	1.656
1500	1342	41%	1.531
2000	1812	55%	1.843
3000	2648	71%	1.718
5000	3625	78%	1.534
5000	4489	83%	1.875
6000	5423	85%	1.765
7000	6338	88%	1.64
8000	7191	89%	1.687
9000	8080	91%	1.718
10000	9039	91%	2.25
15000	13505	94%	2.062
20000	17992	56%	2.031
30000	27073	70%	1.796
40000	36040	78%	2
50000	45231	82%	1.567
60000	53946	86%	1.734
70000	63095	88%	2.046
80000	72002	89%	2.046
90000	80962	1%	2.125
100000	89842	11%	2.562
150000	89884	61%	2.468
160000	89966	65%	2.078
170000	89932	69%	2.375
180000	89945	73%	2.14
190000	90030	76%	3.921
200000	90115	78%	3.14
250000	89852	86%	3.218
300000	90069	90%	2.031
350000	90091	27%	2.562
360000	90011	31%	2.562
370000	89993	35%	2.234
380000	89993	38%	2.921
390000	90031	41%	2.93
400000	90046	44%	2.281
410000	89907	47%	2.609

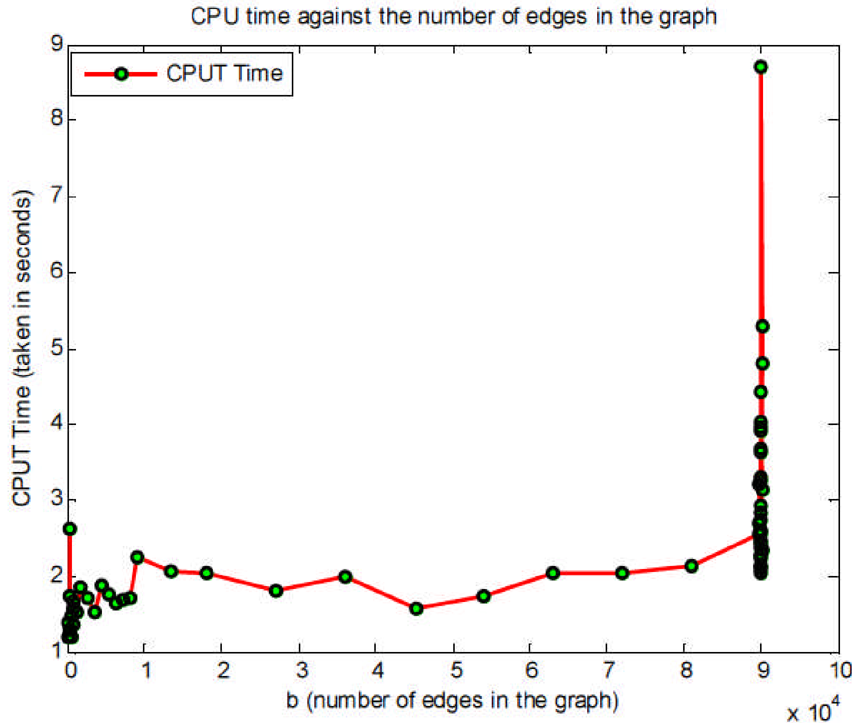
All Rights Reserved - Library of University of Jordan - Center of Thesis Deposit

420000	90072	49%	2.468
430000	90035	52%	2.593
440000	90056	54%	2.14
450000	90148	56%	2.343
460000	90026	60%	3.625
470000	89852	60%	2.687
480000	90074	61%	2.75
490000	89987	63%	2.843
500000	89886	65%	2.281
510000	89968	66%	4.421
520000	90079	67%	3.312
530000	89886	69%	3.671
540000	90139	70%	5.281
550000	89941	71%	2.406
560000	90078	72%	8.718
570000	90116	73%	4.796
580000	89928	74%	3.968
590000	89962	75%	4.031
600000	89958	76%	3.265



الشكل 33. أزمنة تنفيذ خوارزمية فورد – بيلمان من أجل قيم مختلفة لعدد العقد n.

All Rights Reserved - Library of University of Jordan - Center of Thesis Deposit



الشكل 34. أزمنة تنفيذ خوارزمية فورد – بيلمان من أجل قيم مختلفة لعدد الأضلاع b.

يتضح من الجدول 5 و من الأشكال 33 – 34 ما يلي:

يتعلق زمن تنفيذ خوارزمية فورد – بيلمان ، أولا ، بعدد الأضلاع في البيان ، أي بكثافته كما هو واضح في العمود الثالث الذي أشرنا إليه بالعمود **Sparsity**، و ، ثانيا ، بعدد العقد المكونة للمسار المطلوب إيجاده. فقد نصل إلى نهاية المسار بعد بضع عقد أو مباشرة و قد نصل بعد عدد كبير جدا من العقد التي تقع على المسار ، و هذا يتطلب زمنا كبيرا أكبر بكثير فيما لو حصلنا على المسار بعد بضع عقد أو مباشرة. في بعض الحالات، يمكن اعتبار السبب الثاني جزءا من الأول إلا أن هناك مسائل عدد الأضلاع فيها صغير جدا و تطلب إيجاد المسار زمنا كبيرا و هذا ما لاحظناه خلال تنفيذنا لمسائل الاختبار مرات عديدة للتأكد من هذه الحقائق. بالنتيجة، يتعلق أداء خوارزمية فورد – بيلمان بكثافة البيان و بعدد العقد المكونة للمسار المطلوب.

(6). نتائج تنفيذ خوارزمية فلويد 1-3 :

ندون فيا يلي النتائج الحاصلة من تطبيق خوارزميات فلويد 1-3 على مسائل الاختبار المدروسة في الجدول 6 و نوضحها بيانيا في الأشكال 35-40.

الجدول 6. زمن تنفيذ (CPU Time) خوارزمية فلويد 1-3 مأخوذا بالثواني من أجل قيم مختلفة لعدد عقد و عدد أضلاع البيانات المدروسة.

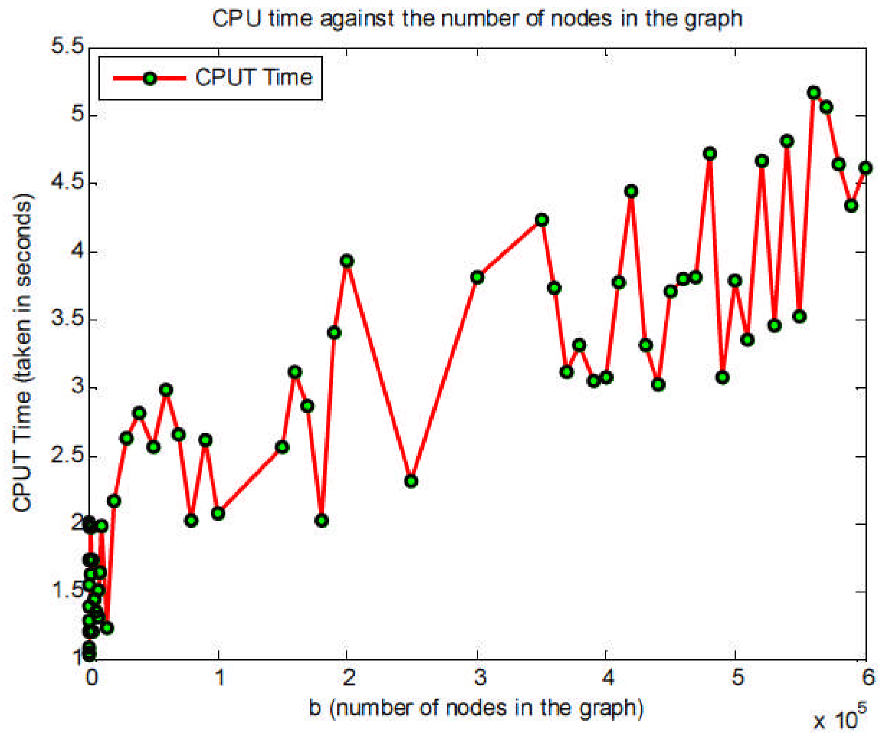
All Rights Reserved - Library of University of Jordan - Center of Thesis Deposit

Number of nodes	Number of edges	Sparsity	CPU Time (second)		
			فلويد 1	فلويد 2	فلويد 3
100	88	12%	1.037	2.035	1.702
200	180	55%	1.05	2.372	1.502
300	276	70%	1.546	2.216	1.104
400	354	78%	1.39	2.39	1.686
500	446	83%	1.087	2.217	1.815
600	546	85%	1.984	2.904	1.709
700	648	87%	1.286	2.203	1.678
800	725	89%	2.012	2.034	1.789
900	813	90%	1.203	2.437	1.902
1000	907	91%	1.724	2.315	1.906
1500	1342	41%	1.625	2.605	1.925
2000	1812	55%	1.968	2.068	1.968
3000	2648	71%	1.203	2.203	1.203
5000	3625	78%	1.734	2.634	1.734
5000	4489	83%	1.437	2.463	1.437
6000	5423	85%	1.35	2.53	1.5
7000	6338	88%	1.506	2.506	1.546
8000	7191	89%	1.309	2.319	1.39
9000	8080	91%	1.637	2.617	1.687
10000	9039	91%	1.974	2.184	1.984
15000	13505	94%	1.236	3.296	1.296
20000	17992	56%	2.162	3.162	1.062
30000	27073	70%	2.625	3.625	1.625
40000	36040	78%	2.812	4.812	1.812
50000	45231	82%	2.562	4.562	1.562
60000	53946	86%	2.984	4.984	1.984
70000	63095	88%	2.656	5.656	1.656
80000	72002	89%	2.015	5.015	1.015
90000	80962	1%	2.609	5.609	1.609
100000	89842	11%	2.078	7.078	2.078
150000	89884	61%	2.562	8.562	2.562
160000	89966	65%	3.109	8.109	2.109
170000	89932	69%	2.859	8.859	2.859
180000	89945	73%	2.015	8.015	2.015
190000	90030	76%	3.406	9.406	3.406
200000	90115	78%	3.93	9.93	3.93
250000	89852	86%	2.305	8.375	2.375
300000	90069	90%	3.809	9.89	3.89

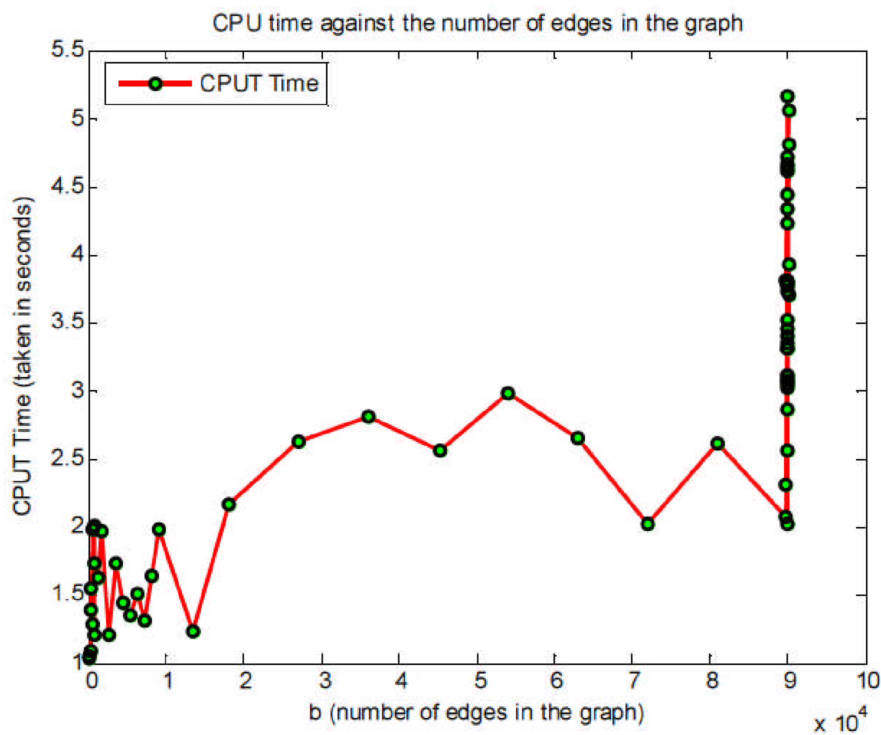
All Rights Reserved - Library of University of Jordan - Center of Thesis Deposit

350000	**90091**	**27%**	**4.234**	**9.234**	**3.234**
360000	**90011**	**31%**	**3.734**	**9.734**	**3.734**
370000	**89993**	**35%**	**3.109**	**8.109**	**2.109**
380000	**89993**	**38%**	**3.312**	**8.312**	**2.312**
390000	**90031**	**41%**	**3.046**	**9.046**	**3.846**
400000	**90046**	**44%**	**3.078**	**8.078**	**3.978**
410000	**89907**	**47%**	**3.765**	**8.765**	**3.605**
420000	**90072**	**49%**	**4.437**	**9.437**	**4.437**
430000	**90035**	**52%**	**3.312**	**9.312**	**3.312**
440000	**90056**	**54%**	**3.015**	**8.015**	**4.015**
450000	**90148**	**56%**	**3.703**	**8.703**	**4.703**
460000	**90026**	**60%**	**3.796**	**7.706**	**4.796**
470000	**89852**	**60%**	**3.81**	**7.841**	**3.81**
480000	**90074**	**61%**	**4.718**	**7.718**	**4.718**
490000	**89987**	**63%**	**3.078**	**7.078**	**3.078**
500000	**89886**	**65%**	**3.781**	**8.741**	**3.781**
510000	**89968**	**66%**	**3.351**	**8.351**	**3.351**
520000	**90079**	**67%**	**4.671**	**9.671**	**4.671**
530000	**89886**	**69%**	**3.453**	**9.453**	**3.453**
540000	**90139**	**70%**	**4.812**	**10.412**	**4.812**
550000	**89941**	**71%**	**3.515**	**9.415**	**3.515**
560000	**90078**	**72%**	**5.171**	**10.101**	**5.171**
570000	**90116**	**73%**	**5.062**	**10.622**	**5.062**
580000	**89928**	**74%**	**4.64**	**9.604**	**4.64**
590000	**89962**	**75%**	**4.34**	**9.361**	**4.965**
600000	**89958**	**76%**	**4.615**	**9.601**	**4.032**

All Rights Reserved - Library of University of Jordan - Center of Thesis Deposit

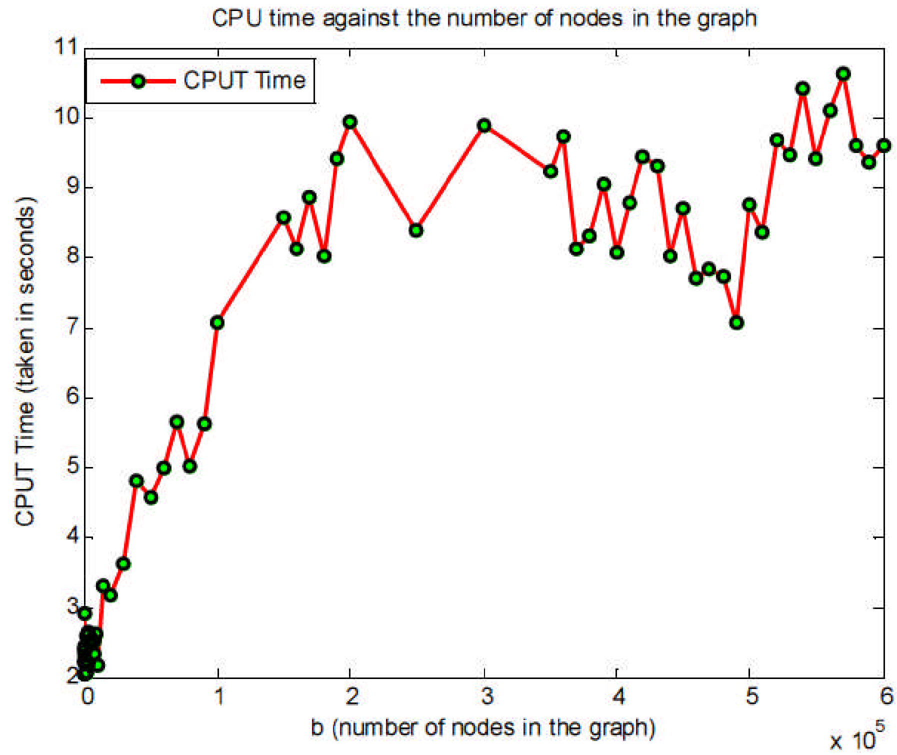


الشكل 35. أزمنة تنفيذ خوارزمية فلويد1 من أجل قيم مختلفة لعدد العقد n.

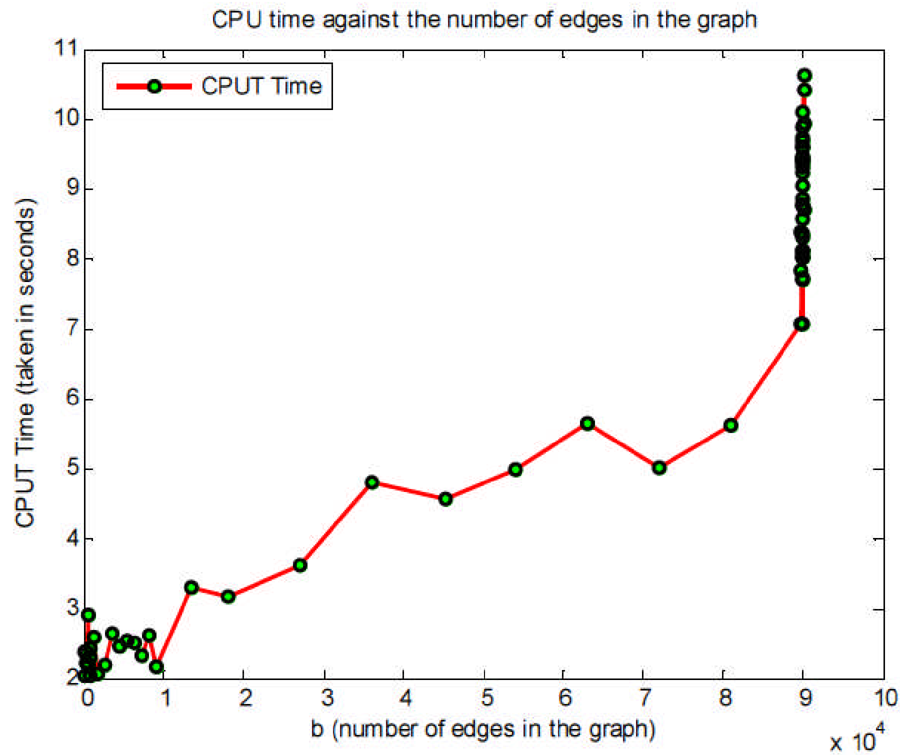


الشكل 36. أزمنة تنفيذ خوارزمية فلويد1 من أجل قيم مختلفة لعدد الأضلاع b.

All Rights Reserved - Library of University of Jordan - Center of Thesis Deposit

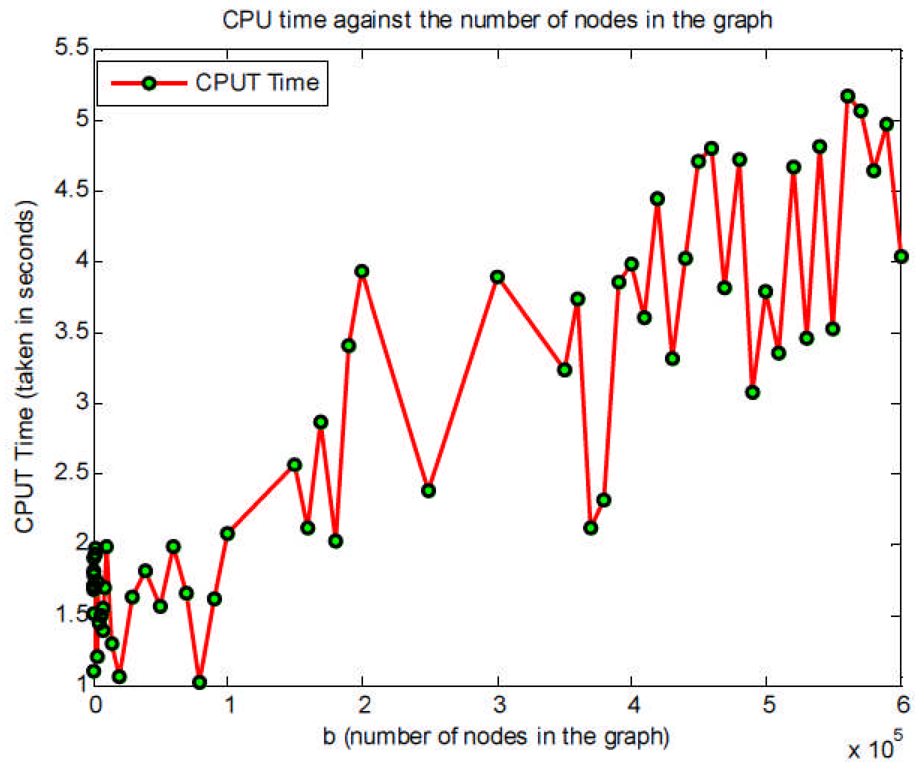


الشكل 37. أزمنة تنفيذ خوارزمية فلويد2 من أجل قيم مختلفة لعدد العقد n.

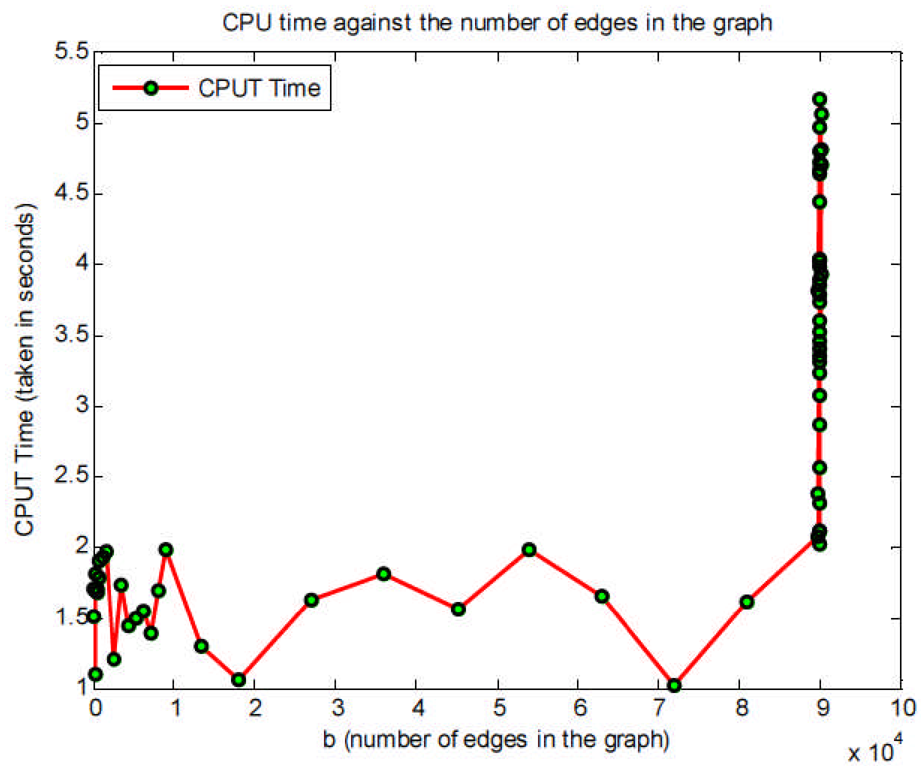


الشكل 38. أزمنة تنفيذ خوارزمية فلويد2 من أجل قيم مختلفة لعدد الأضلاع b.

All Rights Reserved - Library of University of Jordan - Center of Thesis Deposit



الشكل 39. أزمنة تنفيذ خوارزمية فلويد3 من أجل قيم مختلفة لعدد العقد n.

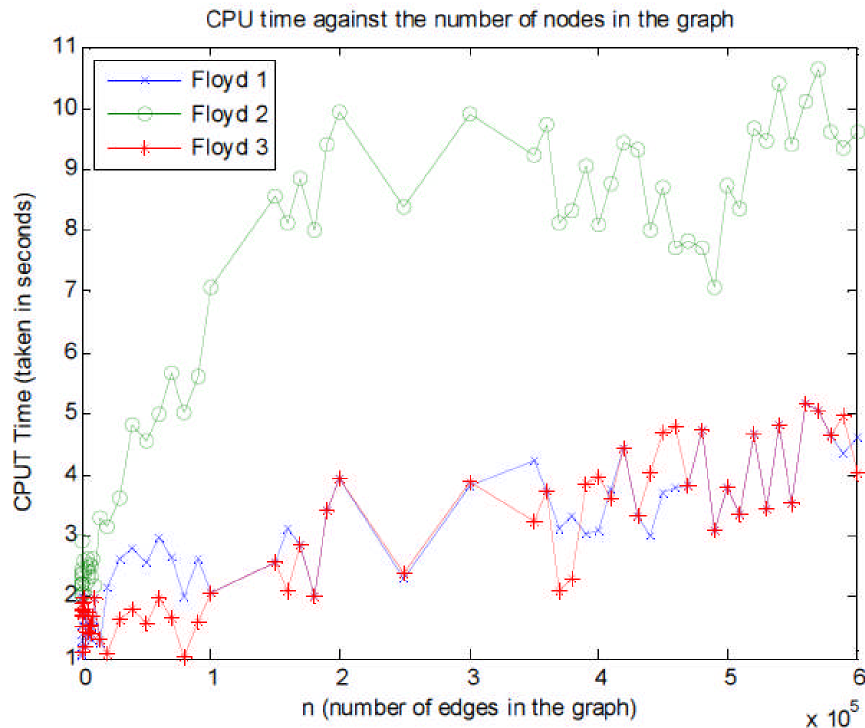


الشكل 40. أزمنة تنفيذ خوارزمية فلويد3 من أجل قيم مختلفة لعدد الأضلاع b.

All Rights Reserved - Library of University of Jordan - Center of Thesis Deposit

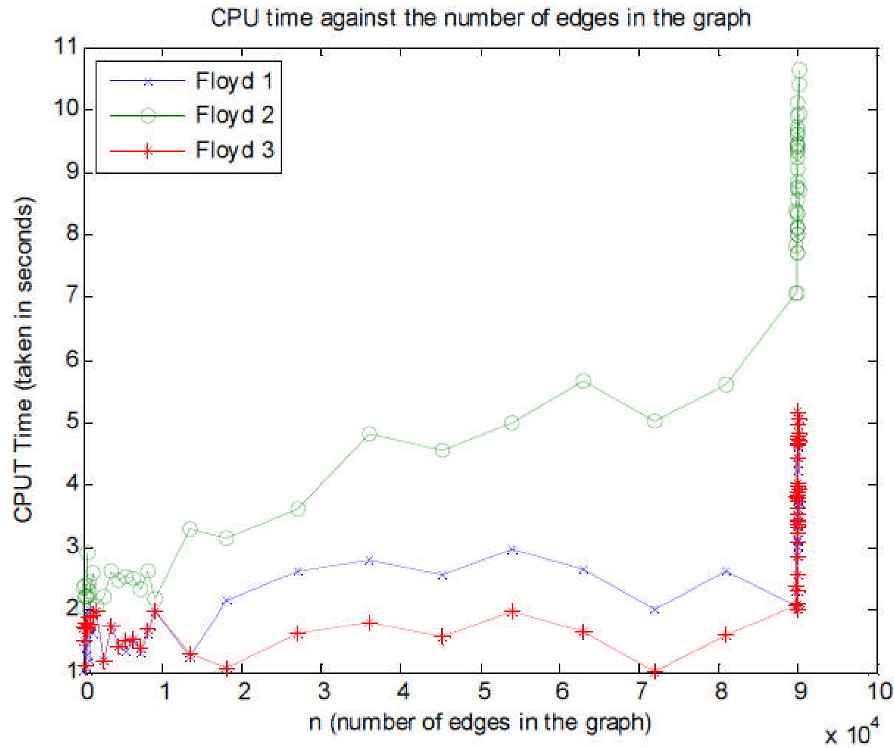
(7). مقارنة خوارزميات فلويد 1−3

نوضح فيما يلي بيانيا في الشكلين 41 و 42 الزمن اللازم لإيجاد المسار الأقصر وفق خوارزميات فلويد 1−3 مقابل عدد العقد و عدد الأضلاع لنبين الجهد الحسابي الذي تتطلبه كل خوارزمية مقارنة مع الخوارزميات الأخرى.



الشكل 41. أزمنة تنفيذ خوارزميات فلويد 1 ، 2 و 3 من أجل قيم مختلفة لعدد العقد n.

All Rights Reserved - Library of University of Jordan - Center of Thesis Deposit



الشكل 42. أزمنة تنفيذ خوارزميات فلويد 1 ، 2 و 3 من أجل قيم مختلفة لعدد الأضلاع b.

(8). مناقشة نتائج تنفيذ خوارزميات فلويد 1–3

نقدم في هذه الفقرة النتائج الحاصلة من تنفيذ خوارزميات فلويد 1 – 3 لإيجاد المسار الأقصر في البيانات الموافقة لمسائل الاختبار.

يتضح من الجدول 6 و من الأشكال 35 – 42 ما يلي:

1. يتعلق زمن تنفيذ كل خوارزمية ، أولا ، من خوارزميات فلويد 1 – 3 بعدد الأضلاع في البيان ، أي بكثافته كما هو واضح في العمود الثالث الذي أشرنا إليه بالعمود **Sparsity**، و ، ثانيا ، بعدد العقد المكونة للمسار المطلوب إيجاده. فقد نصل إلى نهاية المسار بعد بضع عقد أو مباشرة و قد نصل بعد عدد كبير جدا من العقد التي تقع على المسار ، و هذا يتطلب زمنا كبيرا أكبر بكثير فيما لو حصلنا على المسار بعد بضع عقد أو مباشرة. في بعض الحالات، يمكن اعتبار السبب الثاني جزءا من الأول إلا أن هناك مسائل عدد الأضلاع فيها صغير جدا و تطلب إيجاد المسار زمنا كبيرا و هذا ما لاحظناه خلال تنفيذنا لمسائل الاختبار مرات عديدة للتأكد من هذه الحقائق.
2. بمقارنة زمن تنفيذ خوارزميات فلويد 1 – 3 نجد أن:

(v) خوارزمية فلويد 3 أفضل من خوارزميتي فلويد 1 و 2.

(vi) خوارزمية فلويد 1 هي أفضل من خوارزمية فلويد 2 التي تأتي في المرتبة الأخيرة من حيث الأداء.

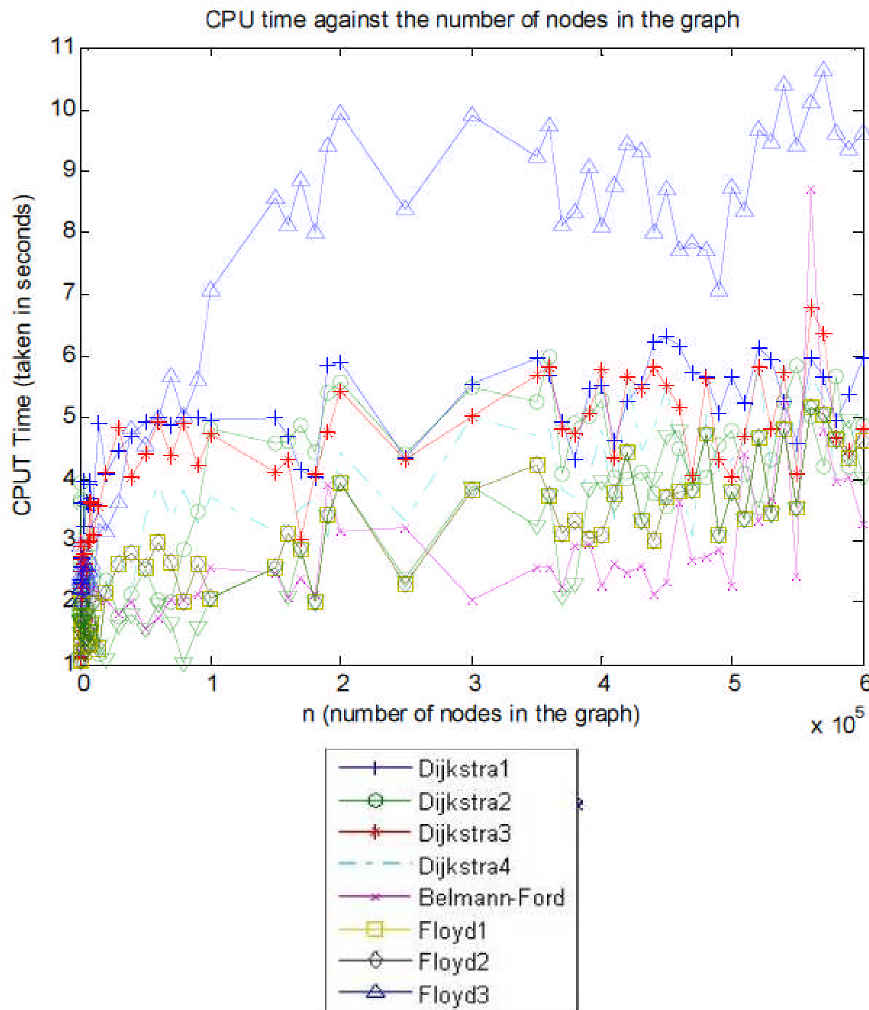
All Rights Reserved - Library of University of Jordan - Center of Thesis Deposit

(vii) خوارزمية فلويد 3 أسرع من خوارزمية 2 بأكثر من مرتين.

(viii) خوارزمية فلويد 1 أسرع من خوارزمية 2 من 1.5 – 2 مرة.

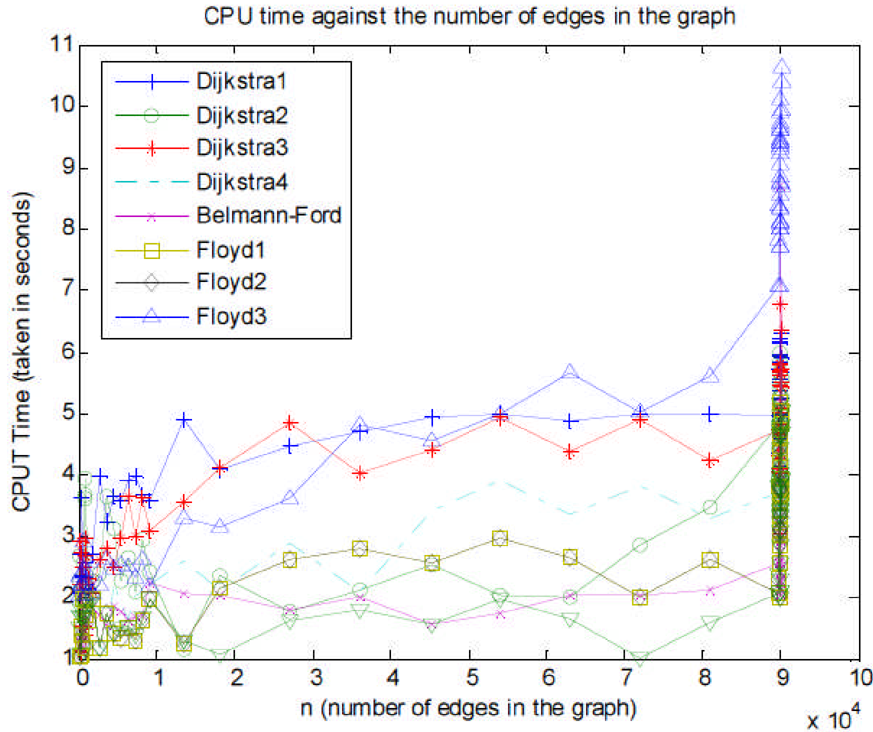
(9). مقارنة جميع الخوارزميات المدروسة

نوضح فيما يلي بيانيا في الشكلين 43 و 44 الزمن اللازم لإيجاد المسار الأقصر وفق جميع الخوارزميات المدروسة و المطورة مقابل عدد العقد و عدد الأضلاع لنبين الجهد الحسابي الذي تتطلبه كل خوارزمية مقارنة مع الخوارزميات الأخرى.



الشكل 43. أزمنة تنفيذ خوارزميات ديكسترا 1 – 4 و فورد – بيلمان و فلويد 1 – 3 من أجل قيم مختلفة لعدد العقد n.

All Rights Reserved - Library of University of Jordan - Center of Thesis Deposit



الشكل 44. أزمنة تنفيذ خوارزميات ديكسترا 1 – 4 و فورد – بيلمان و فلويد 1 – 3 من أجل قيم مختلفة لعدد الأضلاع b.

يتضح من الشكلين 43 – 44 ما يلي:

1. يتعلق زمن تنفيذ كل خوارزمية، أولا، من الخوارزميات المدروسة و المطورة بعدد الأضلاع في البيان، أي بكثافته كما أسلفنا في الفقرات السابقة و ، ثانيا ، بعدد العقد المكونة للمسار المطلـــوب إيجاده. فقد نصل إلى نهاية المسار بعد بضع عقد أو مباشرة و قد نصل بعد عدد كبير جدا مـــن العقد التي تقع على المسار ، و هذا يتطلب زمنا كبيرا أكبر بكثير فيما لو حصلنا علـــى المـــسار بعد بضع عقد أو مباشرة. في بعض الحالات، يمكن اعتبار السبب الثاني جزءا من الأول إلا أن هناك مسائل عدد الأضلاع فيها صغير جدا و تطلب إيجاد المسار زمنا كبيرا و هذا ما لاحظنـــاه خلال تنفيذنا لمسائل الاختبار مرات عديدة للتأكد من هذه الحقائق.

2. بمقارنة زمن تنفيذ جميع الخوارزميات المدروسة والمطورة نجد أن:

(i) خوارزمية فلويد 3 أفضل من جميع الخوارزميات المتبقية.

(ii) خوارزمية فورد بيلمان أفضل من خوارزميات ديكسترا 1–4 و فلويد 1 و 2.

(iii) خوارزمية فلويد 1 أفضل من خوارزمية فلويد 2 و من خوارزميات ديكسترا 1 – 4.

(iv) خوارزمية فلويد 2 أفضل من خوارزميات ديكسترا 1 – 4.

(v) خوارزمية ديكسترا 4 أفضل من جميع خوارزميات ديكسترا الثلاث المتبقية.

(vi) خوارزمية ديكسترا 2 أفضل من خوارزميتي ديكسترا 1 و 3.

All Rights Reserved - Library of University of Jordan - Center of Thesis Deposit

(vii) خوارزمية ديكسترا 3 أفضل من خوارزمية ديكسترا 1 التي تأتي في المرتبة الأخيرة مـــن حيث الأداء.

3. من النتائج الواردة في **(vii)** – **(i)** نجـــد أن خوارزميـــة فلويـــد 3 أســـرع خوارزميـــة بـــين الخوارزميات المدروسة.

All Rights Reserved - Library of University of Jordan - Center of Thesis Deposit

الفصل السادس

التوصيات و المقترحات

(Recommendations and Suggestions)

الملخص

لخصنا في هذا الفصل أهم النتائج العددية التي توصلنا إليها في جميع فصول الرسالة لتكون واضحة للمهتمين من العلميين و المهندسين و الباحثين العاملين في مجال البحث عن إيجاد المسار الأقصر في بيان موزون كثير الأصفار من مراتب عليا.

All Rights Reserved - Library of University of Jordan - Center of Thesis Deposit

نقدم في هذا الفصل أهم النتائج التي توصلنا إليها في هذا العمل كما يلي:

الحالة 1: البنية الصفرية للبيانات المدروسة تتراوح بين 60% و 85%.

في هذه الحالة نجد النتائج التالية:

- يتعلق زمن تنفيذ كل خوارزمية، أولا، من الخوارزميات المدروسة و المطورة بعدد الأضلاع في البيان، أي بكثافته كما أسلفنا في الفقرات السابقة و ، ثانيا ، بعدد العقد المكونة للمسار المطلوب إيجاده. فقد نصل إلى نهاية المسار بعد بضع عقد أو مباشرة و قد نصل بعد عدد كبير جدا من العقد التي تقع على المسار ، و هذا يتطلب زمنا كبيرا أكبر بكثير فيما لو حصلنا على المسار بعد بضع عقد أو مباشرة. في بعض الحالات، يمكن اعتبار السبب الثاني جزءا من الأول إلا أن هناك مسائل عدد الأضلاع فيها صغير جدا و تطلب إيجاد المسار زمنا كبيرا و هذا ما لاحظناه خلال تنفيذنا لمسائل الاختبار مرات عديدة للتأكد من هذه الحقائق.
- بمقارنة زمن تنفيذ جميع الخوارزميات المدروسة والمطورة نجد أن:
  - i. خوارزمية فلويد 3 أفضل من جميع الخوارزميات المتبقية.
  - ii. خوارزمية فورد بيلمان أفضل من خوارزميات ديكسترا 1-4 و فلويد 1 و 2.
  - iii. خوارزمية فلويد 1 أفضل من خوارزمية فلويد 2 و من خوارزميات ديكسترا 1 – 4.
  - iv. خوارزمية فلويد 2 أفضل من خوارزميات ديكسترا 1 – 4.
  - v. خوارزمية ديكسترا 4 أفضل من جميع خوارزميات ديكسترا الثلاث المتبقية.
  - vi. خوارزمية ديكسترا 2 أفضل من خوارزميتي ديكسترا 1 و 3.
  - vii. خوارزمية ديكسترا 3 أفضل من خوارزمية ديكسترا 1 التي تأتي في المرتبة الأخيرة من حيث الأداء.

بالنتيجة: نوجز أفضلية الخوارزميات المدروسة مرتبة كما يلي:

- خوارزمية فلويد 3.
- خوارزمية فورد بيلمان.
- خوارزمية فلويد 1.
- خوارزمية فلويد 2.
- خوارزمية ديكسترا 4.
- خوارزمية ديكسترا 2.
- خوارزمية ديكسترا 3.
- خوارزمية ديكسترا 1.

All Rights Reserved - Library of University of Jordan - Center of Thesis Deposit

الحالة 2: البنية الصفرية للبيانات المدروسة تتراوح بين 90% و 97%.

في هذه الحالة نجد النتائج التالية:

a. يتعلق زمن تنفيذ كل خوارزمية، أولا، من الخوارزميات المدروسة و المطورة بعدد الأضلاع في البيان، أي بكثافته كما أسلفنا في الفقرات السابقة و ، ثانيا ، بعدد العقد المكونة للمسار المطلـــوب إيجاده. فقد نصل إلى نهاية المسار بعد بضع عقد أو مباشرة و قد نصل بعد عدد كبير جدا مـــن العقد التي تقع على المسار ، و هذا يتطلب زمنا كبيرا أكبر بكثير فيما لو حصلنا علـــى المـــسار بعد بضع عقد أو مباشرة. في بعض الحالات، يمكن اعتبار السبب الثاني جزءا من الأول إلا أن هناك مسائل عدد الأضلاع فيها صغير جدا و تطلب إيجاد المسار زمنا كبيرا و هذا ما لاحظنـــاه خلال تنفيذنا لمسائل الاختبار مرات عديدة للتأكد من هذه الحقائق.

b. بمقارنة زمن تنفيذ جميع الخوارزميات المدروسة والمطورة نجد أن:

i. خوارزمية فلويد 3 أفضل من جميع الخوارزميات المتبقية.

ii. خوارزمية فورد بيلمان أفضل من خوارزميات ديكسترا 1-4 و فلويد 1 و 2.

iii. خوارزمية فلويد 1 أفضل من خوارزمية فلويد 2 و من خوارزميات ديكسترا 1 – 4.

iv. خوارزمية فلويد 2 أفضل من خوارزميات ديكسترا 1 – 4.

v. خوارزمية ديكسترا 4 أفضل من جميع خوارزميات ديكسترا الثلاث المتبقية.

vi. خوارزمية ديكسترا 2 أفضل من خوارزميتي ديكسترا 1 و 3.

vii. خوارزمية ديكسترا 3 أفضل من خوارزمية ديكسترا 1 التي تأتي في المرتبة الأخيرة من حيث الأداء.

بالنتيجة: نوجز أفضلية الخوارزميات المدروسة مرتبة كما يلي:

- **خوارزمية فلويد 3.**
- **خوارزمية فورد بيلمان.**
- **خوارزمية فلويد 1.**
- **خوارزمية فلويد 2.**
- **خوارزمية ديكسترا 4.**
- **خوارزمية ديكسترا 2.**
- **خوارزمية ديكسترا 3.**
- **خوارزمية ديكسترا 1.**

All Rights Reserved - Library of University of Jordan - Center of Thesis Deposit

من الحالتين 1 و 2 نوصي بالنتائج:

- خوارزمية فلويد 3.
- خوارزمية فورد بيلمان.
- خوارزمية فلويد 1.
- خوارزمية فلويد 2.
- خوارزمية ديكسترا 4.
- خوارزمية ديكسترا 2.
- خوارزمية ديكسترا 3.
- خوارزمية ديكسترا 1.

لإيجاد المسار الأقصر في البيانات الموجهة الموزونة كثيرة الأصفار من مراتب عليا.

All Rights Reserved - Library of University of Jordan - Center of Thesis Deposit

(References) المراجع

[1] S. Even, Graph Algorithms. Computer Science Press, Rockville, MD, 1979.

[2] A. M. Gibbons, Algorithmic Graph Theory. Cambridge University Press, New York, 1985.

[3] C. M. Hoffman, Group-Theoretic Algorithms and Graph Isomorphism. Lecture notes in Computer Science #136, Springer-Verlag, Berlin, 1982.

[4] R. E. Tarjan, Data Structures and Network Algorithms. Society for Industrial and Applied Mathematics, Philadelphia, PA, 1983.

[5] R. K. Ahuja, T. L. Magnanti and J. B. Orlin, Network Flows. Prentice Hall, 1993.

[6] A. V. Goldberg, A simple shortest path algorithm with linear average time. In 9th European Symposium on Algorithms, volume 2161 of Lecture Notes in Computer Science, pages 230–241, Springer, 2001.

[7] B. V. Cherkassky, A. V. Goldberg and T. Radzik, Shortest path algorithms: Theory and experimental evaluation, Mathematical Programming, 73:129–174, 1996.

[8] A. V. Goldberg, Scaling algorithms for the shortest path problem. SIAM Journal on Computing, 24:494–504, 1995.

[9] A. V. Goldberg and C. Harrelson, Computing the shortest path: A* meets graph theory. In 16th Annual ACM-SIAM Symposium on Discrete Algorithms, pages 156–165, 2005.

[10] G. Handler and I. Zang, A dual algorithm for the constrained shortest path problem. Networks, 10:293–309, 1980.

[11] U. Meyer, Average-case complexity of single-source shortest-path algorithms: Lower and upper bounds. Journal of Algorithms, 48(1):91–134, 2003.

[12] M. Thorup, Undirected single source shortest paths in linear time. Journal of the ACM, 46:362–394, 1999.

[13] K. Noshita, A theorem on the expected complexity of Dijkstra's shortest path algorithm. Journal of Algorithms, 6(3):400–408, 1985.

[14] Raman, R., Recent results on the single-source shortest paths problem. ACM SIGACT News 28 (1997), 81–87.

[15] E. W. Dijkstra, A note on two problems in connection with graphs, Numerische Mathematik 1: 269–271, 959

[16] M. Thorup, Integer priority queues with decrease key in constant time and the single source shortest paths problem. Journal of Computer and System Sciences, 69(3):330–353, 2004.

[17] L. R. Ford and Jr. D. R. Fulkerson: Flows in Networks, Princeton University Press, 1962.

[18] T. H. Cormen, C. E. Leiserson, R. L. Rivest, and C. Stein. Introduction to Algorithms, Second Edition. MIT Press and McGraw-Hill, 2001.

All Rights Reserved - Library of University of Jordan - Center of Thesis Deposit

[19] C. Thomas, H. Leiserson, C. E. Rivest and L. Ronald, Introduction to Algorithms, 1st , MIT Press and McGraw-Hill, 1990.
[20] R. W. Floyd, Algorithm 97: Shortest Path, Communications of the ACM 5 (6): 345, 1962.
[21] K. H. Rosen, Discrete Mathematics and Its Applications, 5th Edition. Addison Wesley, 2003.
[22] E. V. Denardo, Dynamic Programming: Models and Applications. Mineola, NY: Dover Publications, 2003.
[23] K. Mehlhorn, V. Priebe, G. Schäfer, and N. Sivadasan, All-pairs shortest-paths computation in the presence of negative cycles. Information Processing Letters, 81(6):341–343, 2002.
[24] G. Gallo and S. Pallottino, Shortest paths algorithms. Annals of Operations Research 13 (1988), 3–79
[25] R. K. Ahuja , K. Mehlhorn , J. B. Orlin and R. E. Tarjan, Faster algorithms for the shortest path problem. Journal of the ACM 37 (1990), 213–223
[26] T. M. Chan, More algorithms for all-pairs shortest paths in weighted graphs. Proceedings of the 39th Annual ACM Symposium on Theory of Computing (2007), 590–598
[27] A. V. Goldberg, Scaling algorithms for the shortest paths problem. SIAM Journal on Computing 24 (1995), 494–504
[28] S. Pettie, A new approach to all-pairs shortest paths on real-weighted graphs. Theoretical Computer Science 312 (2004), 47–74
[29] S. Pettie and V. Ramachandran, Computing shortest paths with comparisons and additions. SIAM Journal on Computing 34 (2005), 1398–1431
[30] J. E. Hopcroft, and R. E. Tarjan, Efficient algorithms for graph manipulation. Communications of the ACM, 16, 372–378, 1973.
[31] S. Khuller, Raghavachari, B., and Young, N., Balancing minimum spanning trees and shortest path trees. Algorithmica, 14(4), 305–321, 1995.
[32] V. King, A simpler minimum spanning tree verification algorithm. Algorithmica, 18(2), 263–270, 1997.
[33 R. Bellman: On a Routing Problem, Quarterly of Applied Mathematics, 16 (1), pp.87-90, 1958.
[34] W. Eric., Floyd-Warshall Algorithm, Wolfram Math World., 2009.
[35] S. Warshall, A theorem on Boolean matrices, Journal of the ACM 9 (1): 11–12, 1962.
[36] A. Al Kurdi and Z. Zakariah, Programming and Algorithms 3, Al Baath University Publications, To be Published, 2010.

All Rights Reserved - Library of University of Jordan - Center of Thesis Deposit